12 th week الاسبوع الثاني عشر
Centroide of Composite Area مركز ثقل المساحات المركبة

To find لايجاد the center of gravity مركز ثقل of composite area المساحة المركبة we must follow these points يجب اتباع النقاط التالية :

1. **we must divide the composite area in to simple area .**
   1. يجب تقسيم المساحة المركبة الى مساحة بسيطة .
2. **we must draw each simple area alone in the same position to composite area .**
   2. يجب رسم كل مساحة بسيطة لوحدها وحسب موقعها من المساحة المركبة .
3. **we must find the value of each simple area and the coordinate of its center of gravity .**
   3. يجب ايجاد قيمة كل مساحة بسيطة كذلك ايجاد احداثيات مركز ثقل كل مساحة بسيطة ايضاً .
4. **we must find the value of composite area by writing the equation of area .**

$$A = \sum a \longrightarrow (1)$$

4. يجب ايجاد المساحة المركبة وذلك بكتابة معادلة المساحات .

5. **multiply each area in equation (1) by the x- coordinate of center of gravity of each area .**

$$A\bar{x} = \sum a\,x$$

5. نظرب كل مساحة في معادلة المساحات (1) بالاحداثي السيني لمركز ثقلها .

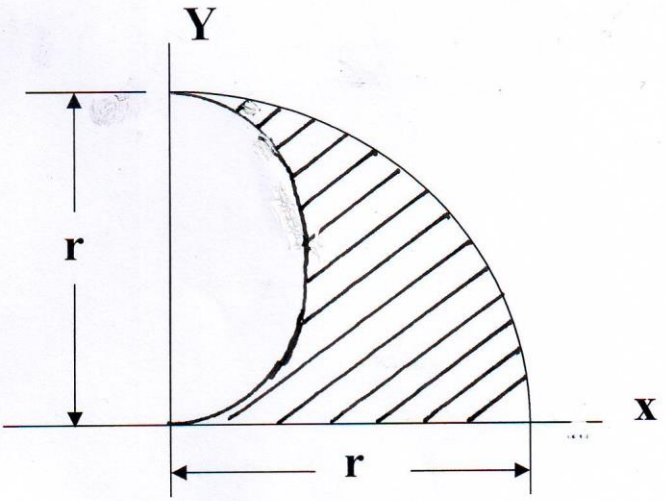
6. **multiply each area in equation (1) by the y – coordinate of the center of gravity of each area .**

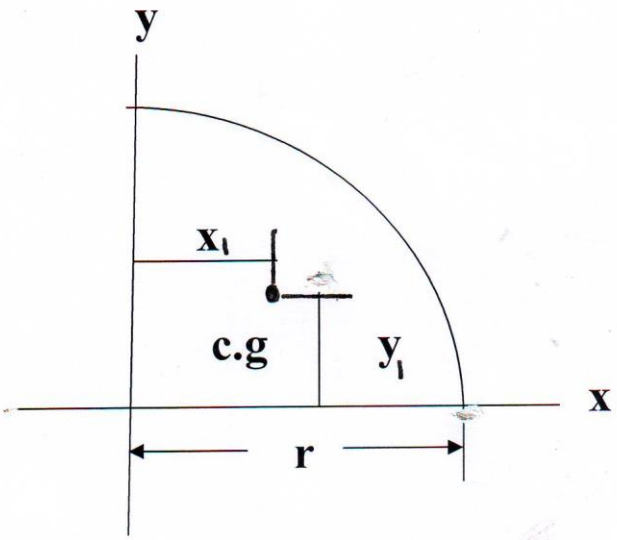
$$A\bar{y} = \sum a\,y$$

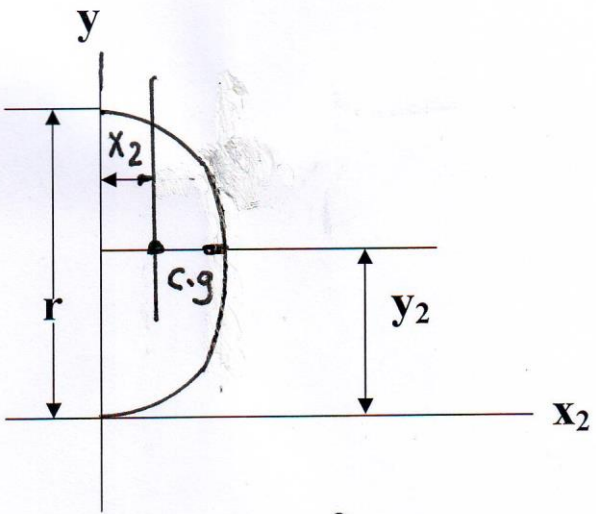
6. نظرب كل مساحة في معادلة المساحات (1) بالاحداثي الصادي لمركز ثقلها .
7. بعدها نجد ($\bar{x}$) و ($\bar{y}$) .

$$\bar{x} = \frac{\sum ax}{A} \qquad \bar{y} = \frac{\sum ay}{A}$$

Q// Find the center of gravity of composite area shown in fig .







$$a_1 = \frac{\pi \; r^2}{4}$$

$$x_1 = \frac{4 \; r}{3 \; \pi}$$

$$y_1 = \frac{4 \; r}{3 \; \pi}$$

$$a_2 = \frac{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2}{2}$$

$$a_2 = \frac{\pi \; r^2}{8}$$

$$x_2 = \frac{4\left(\frac{r}{2}\right)}{3\pi}$$

$$x_2 = \frac{4r}{6\pi} \qquad y_2 = \frac{r}{2}$$

مدرس المادة : علاء محمد مرزه

A = $\sum a$

A = $a_1 - a_2$ ---------- 1

$$A = \frac{r^2\pi}{4} - \frac{r^2\pi}{8} = \frac{2r^2\pi - r^2\pi}{8} = \frac{r^2\pi}{8}$$

$A\bar{X}$ = $\mathbf{a_1x_1 - a_2x_2}$

$$\bar{x} = \frac{a_1\bar{x}_1 - a_2x_2}{A} = \frac{\left(\frac{r^2\pi}{4} \times \frac{4r}{3\pi}\right) - \left(\frac{r^2\pi}{8} \times \frac{4r}{6\pi}\right)}{\frac{r^2\pi}{8}}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{r^3}{3} - \frac{r^3}{12}}{\frac{r^2\pi}{8}} = \frac{\frac{4r^3 - r^3}{12}}{\frac{r^2\pi}{8}} = \frac{\frac{3r^3}{12}}{\frac{r^2\pi}{8}}$$

$$\bar{x} = \frac{r^3/4}{r^2\pi/8} = \frac{r^3}{4} \times \frac{8}{r^2\pi} = \frac{2r}{\pi}$$

$$\bar{x} = 0.636\,r$$

$$A\bar{y} = a_1y_1 - a_2y_2$$

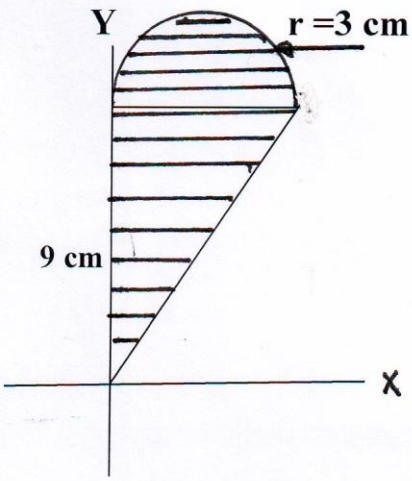
$$\bar{y} = \frac{a_1y_1 - a_2y_2}{A} = \frac{\left(\frac{r^2\pi}{4} * \frac{4\pi}{3\pi}\right) - \left(\frac{r2\pi}{8} * \frac{r}{2}\right)}{\frac{r^2\pi}{8}}$$

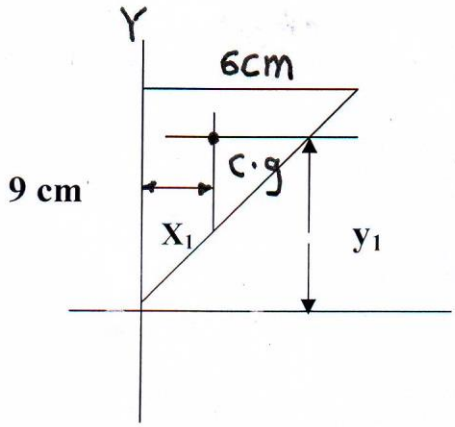
$$\bar{y} = \frac{\left(4r^3/12\right) - \left(\frac{r^3\pi}{16}\right)}{r^2\pi/8} = \frac{r^3\left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right)}{\frac{r^2\pi}{8}}$$

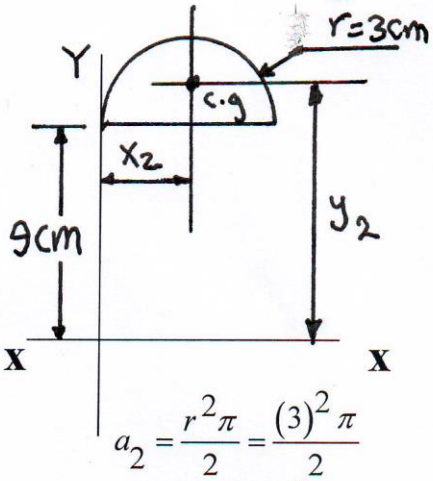
$$\bar{y} = \frac{r^3(0.333 - 0.196)}{0.393r^2} = \frac{0.137r^3}{0.392r^2}$$

$$\boxed{\bar{y} = 0.349\,r}$$

Q// Find the center of gravity of composite area shown in fig .







$a_2 = \frac{r^2\pi}{2} = \frac{(3)^2\pi}{2}$

$a_1 = 6*9/2 = 27\ cm^2$ $\quad$ $a_2 = 14.14\ cm^2$

$X_1 = 2$ cm $\quad$ $x_2 = 3$ cm

$y_1 = 6$ cm $\quad$ $y_2 = 9+0.424*3$

$y2 = 10.272$ cm

مدرس المادة : علاء محمد مرزه

$A = a_1 + a_2$

$A = 27 + 14.14 = 41.14\ cm^2$

$$A\bar{X} = a_1 x_1 + a_2 x_2$$

$$\bar{X} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2}{A} = \frac{27*2+14.14*3}{41.14}$$

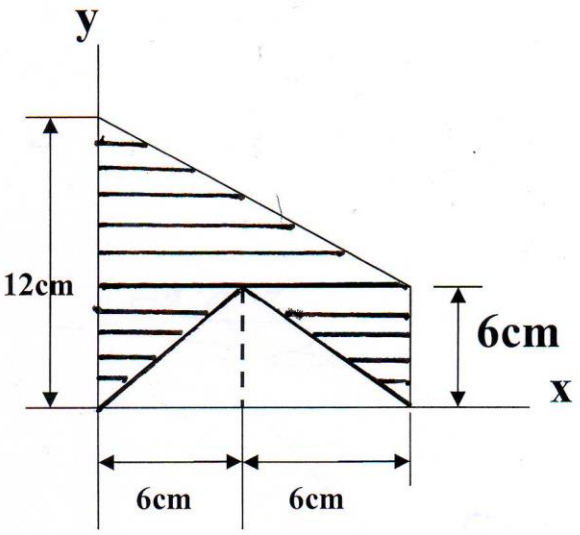
$$\bar{X} = 2.34cm$$

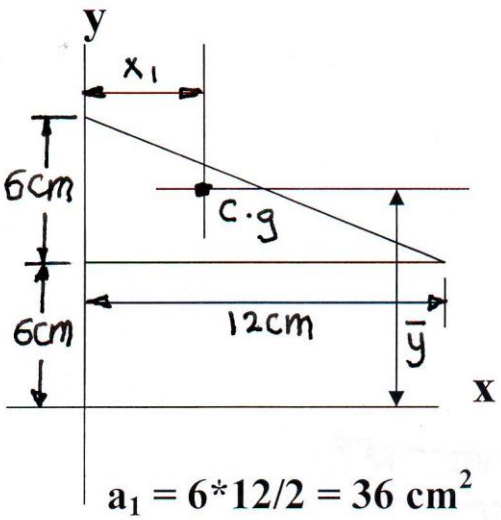
$$A\bar{y} = a_1 y_1 + a_2 y_2$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{A} = \frac{27*6+14.14*10.272}{41.14}$$

$$\bar{y} = 7.46cm$$

Q// Find the centroide of the composite area shown in fig .

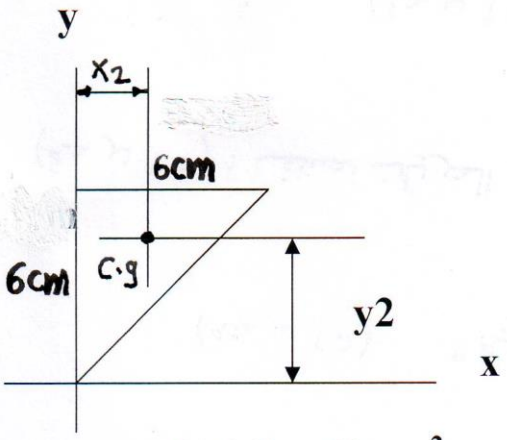




$a_1 = 6*12/2 = 36\ cm^2$

$x_1 = 4\ cm$

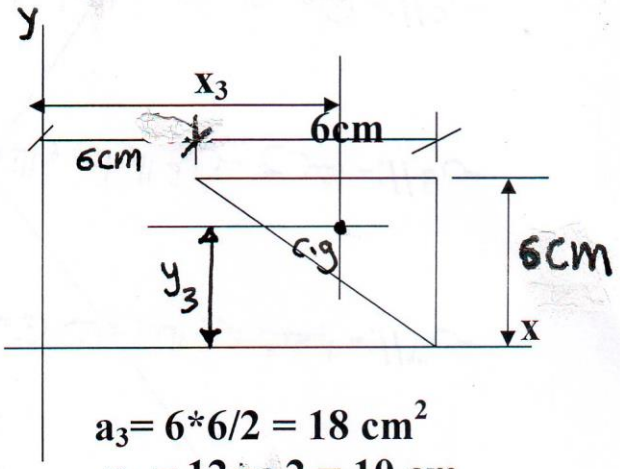
$y_1 = 8\ cm$



$a_2 = 6*6\ /2 = 18\ cm^2$

$x_2 = 2\ cm$

$y_2 = 4\ cm$



$a_3 = 6*6/2 = 18\ cm^2$

$x_3 = 12 - 2 = 10\ cm$

$y_3 = 6-2 = 4\ cm$

$A = a_1 + a_2 + a_3 \quad = 36+ 18 + 18 = 72\ cm^2$

$A\bar{x} = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$

مدرس المادة : علاء محمد مرزه

$$\bar{x} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3}{A} = \frac{36*4+18*2+18*10}{72}$$

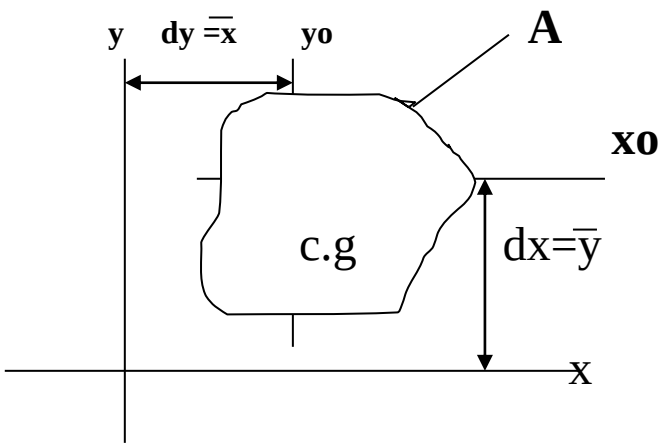
$$\bar{x} = 5cm$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3}{A} = \frac{36*8+18*4+18*4}{72}$$

$$\bar{y} = 6cm$$

13 th week الاسبوع الثالث عشر
Moment of Inertia (second moment of area) عزم القصور الذاتي

عزم القصور الذاتي للمساحة : هو عبارة عن التكامل الناتج المتكون من حاصل ظرب محتوى المساحة(dA) لجميع عناصر المساحة ومربع البعد عن المحور الذي يمر بمركز المساحة . وان وحدات عزم القصور الذاتي هي وحدات مساحة مظروبة بوحدات (مسافة)^2 اي ان وحداته هي وحدات طول مرفوعة للاس الرابع (m^4 , cm^4 , mm^4) وان عزم القصور الذاتي للمساحة حول المحاور التي تمر بمركز ثقل المساحة (Ixo , Iyo) يكون ثابتاً لانه يعتمد على ابعاد المساحة . اما عزم القصور حول المحاور الاعتيادية (Ix , Iy) يكون متغيراً لانه يعتمد على موقع المساحة فكلما تغير موقع المساحة تغير موقع مركز ثقلها بالنسبة للمحاور الاعتيادية وهذا ينعكس على عزم القصور الذاتي للمحاور الاعتيادية .



$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA$$

$$Ix = Ixo + Adx^2$$

$$Iy = Iyo + Ady^2$$

Ix , Iy = x , y عزم القصور الذاتي للمساحة(A)حول المحاور

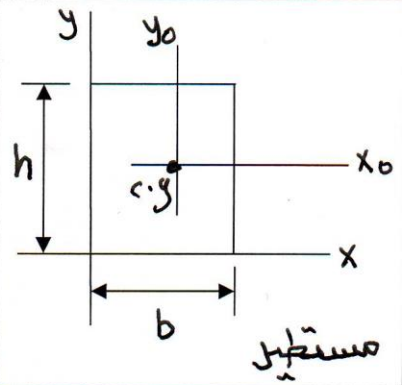
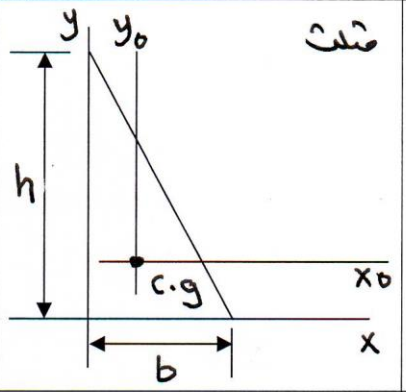
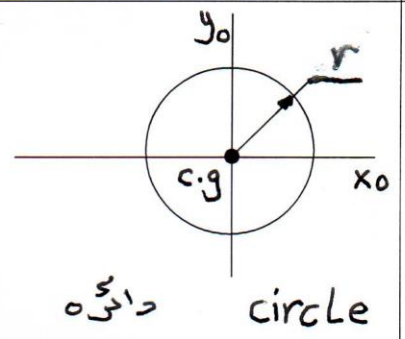
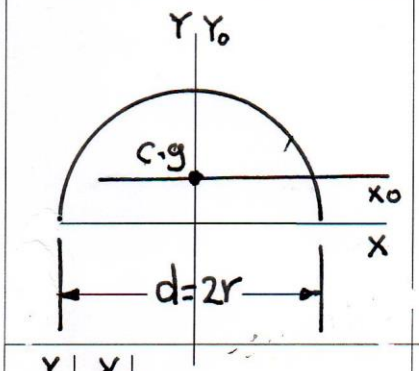
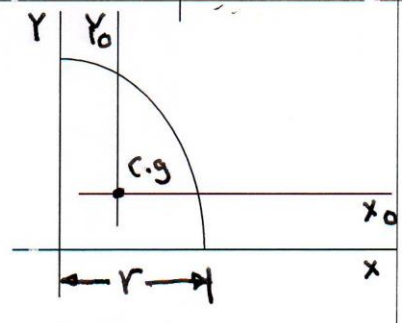
Ixo , Iyo = xo , yo عزم القصور الذاتي للمساحة(A)حول المحاور

A = المساحة

$\bar{y}$=dx= (xo , x البعد بين)

$\bar{x}$=dy= (yo , y البعد بين)

في مايلي جدول يمثل عزم القصور الذاتي للمساحات البسيطة حول المحاور التي تمر بمركز ثقلها .

الشكل Shope	Moment of Inertia	التفاصيل
	$I_{xo} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{yo} = \frac{hb^3}{12}$	الظلع الموازي للمحور *(الضلع العمودي على المحور) ^{3} 12
	$I_{xo} = \frac{bh^3}{36}$ $I_{yo} = \frac{hb^3}{36}$	الظلع الموازي للمحور * (الارتفاع العمودي على المحور)^3 36
	$I_{xo} = I_{yo} = \frac{\pi r^4}{4}$	النسبة الثابتة * (نصف القطر) ^{4} 4
	$I_{xo} = 0.11r^4$ $I_{yo} = \frac{\pi r^4}{8}$	عزم القصور الذاتي حول محور يوازي القطر $= 0.11r^4$ عزم القصور الذاتي حول المحور الذي يقسم نصف الدائرة الى ربعين $= \frac{\pi r^4}{8}$
	$I_{xo} = I_{yo} = 0.055\, r^4$	(نصف القطر) ^{4} * 0.055

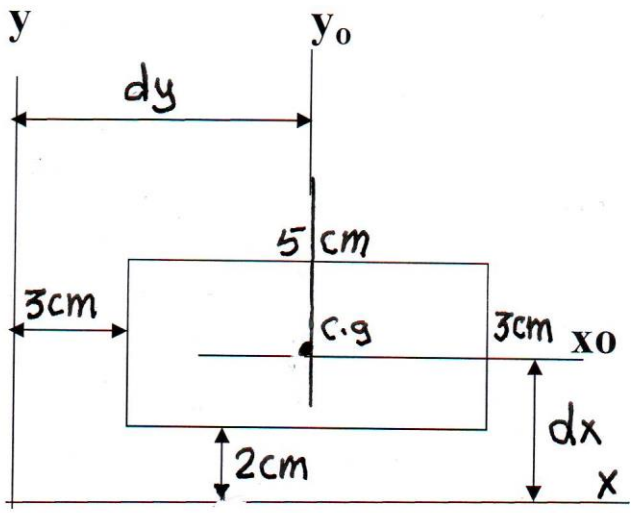
Q// Find the moment of Inertia of rectangle shown in Fig about (x) and (y) as as .

$$I_{xo} = \frac{5(3)^3}{12}$$

$$I_{xo} = 11.25\,cm^4$$

$$I_{yo} = \frac{3(5)^3}{12}$$

$$I_{yo} = 31.25\,cm^4$$



$A = 5 * 3 = 15\ cm^2$

$dx = \bar{y} = 2 + 1.5 = 3.5\ cm$

$dy = \bar{x} = 3 + 2.5 = 5.5\ cm$

$Ix = Ixo + Adx^2$

$Ix = 11.25 + 15 * (3.5)^2$

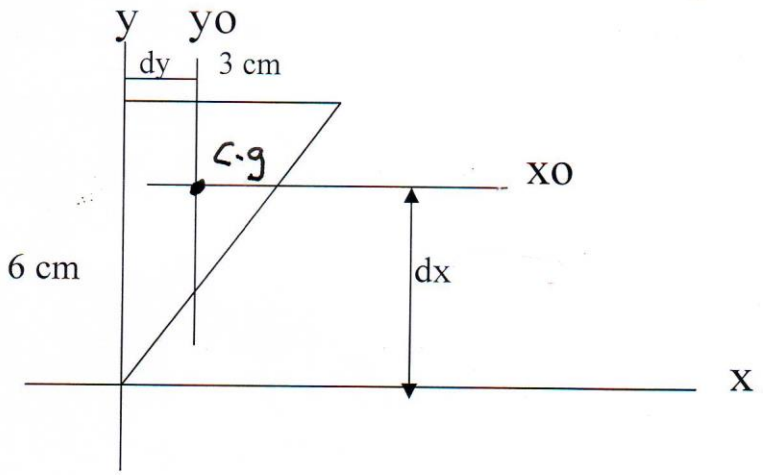
$Ix = 195\ cm^4$

$Iy = Iyo + A\,dy^2$

$Iy = 31.25 + 15 * (5.5)^2$

$Iy = 485\ cm^4$

Q// Find the moment of Inertia of triangle about (x) and (y) axis .



مدرس المادة : علاء محمد مرزه

$$I_{xo} = \frac{3(6)^3}{36} = 18 cm^4$$

$$I_{yo} = \frac{6(3)^3}{36} = 4.5 cm^4$$

$$A = \frac{3*6}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

$I_x = I_{xo} + Ad_{x2}$

$I_x = 18 + 9* (4)^2$

$I_x = 18 + 9 * 16$

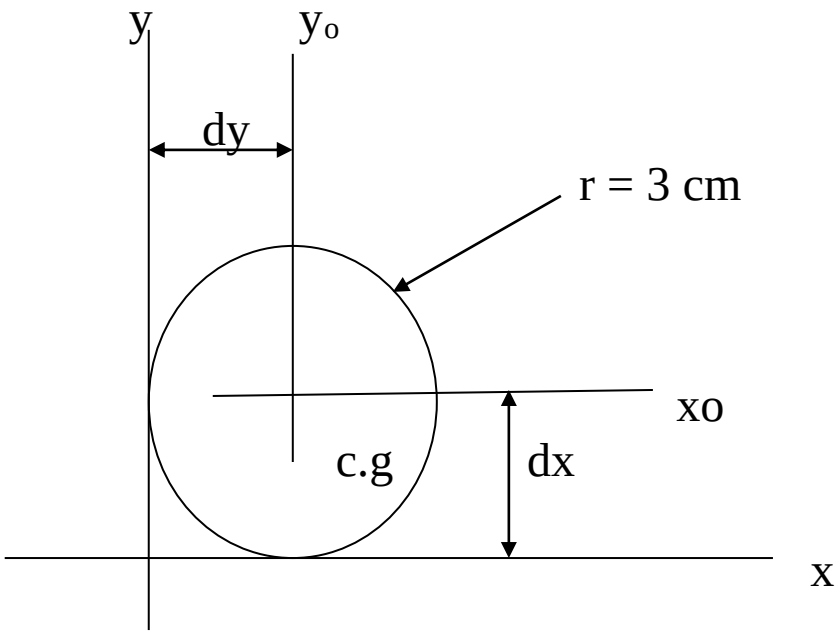
$I_x = 162 \text{ cm}^4$

$I_y = I_{yo} + Ady^2$

$I_y = 4.5 + 9 (1)^2$

$I_y = 13.5 \text{ cm}^4$

Q// نفس منطوق السؤال السابق



$$I_{yo} = I_{xo} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi(3)^4}{4}$$

$$I_{yo} = I_{xo} = 63.58 cm^4$$

$A = r^2\pi$

A = 28.26 cm^4

Ix = Ixo + Adx^2

Ix = 63.58 + 28.26 $(3)^2$

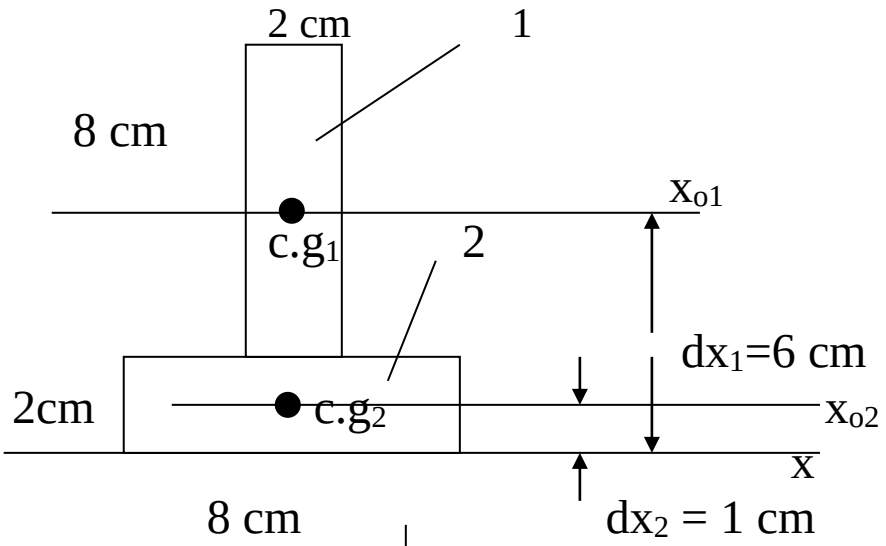
Ix = 317.92 cm^4

Iy = Iyo + Ady^2

Iy = 63.58 + 28.26$(3)^2$

Iy = 317.92 cm^4

Q/ Find the moment of inertia of T- section show in Fig. About x-axis .



$(Ix)_A = (Ix)_{a1} + (Ix)_{a2}$

$$Ix_{o1} = \frac{2(8)^3}{12} = 85.3cm^4$$

$$(Ix)_{a1} = I_{xo1} + a_1 d^2_{x1}$$

$$(Ix)_{a1} = 85.3 + (8*2)(6)^2$$

$$(Ix)_{a1} = 661.3cm^4$$

$$Ix_{o2} = \frac{8(2)}{12} = 5.3cm4$$

$$(Ix)_{a2} = I_{xo2} + a_2 d^2_{x2}$$

$$(Ix)_{a2} = 5.3 + (8*2)*(1)^2$$

$$(Ix)_{a2} = 21.3cm^4$$

$$(Ix)_A = (Ix)_{a1} + (Ix)_{a2}$$

$$(Ix)_A = 661.3 + 21.3$$

$$(Ix)_A = 682.6cm^4$$

14 th week الاسبوع الرابع عشر

Dynamic علم الحركة:

Dynamic علم الحركة is a branch فرع of mechanic deal with يشمل bodies at motion الاجسام في حالة الحركة dynamic divided يقسم in to two branches الى فرعين in study في الدراسة .

a. **Kinematics: study يدرس the relation العلاقة between بين the displacement الازاحة velocity السرعة acceleration التعجيل and time .الزمن**
b. **Kinetic: study دراسة the effect تأثير of forces القوى on bodies الاجسام and the type of motion ونوع الحركة caused by the forces التي تسببها القوى.**

Types of plane motion انواع الحركة المستوية

1. **Rectilinear motion الحركة على خط مستقيم .**
2. **Curvilinear motion الحركة على خط منحني .**
3. **Rotation الحركة الدورانية .**

Displacement (S) الازاحـــة

The change of the location of the body with respect to fixed point تغيير موقع الجسم بالنسبة لنقطة ثابتة .

Velocity (V) السرعة

The rate of change of displacement with respect to time هو معدل تغيير الازاحة مع الزمن .

$$V = \frac{ds}{dt}$$

Acceleration (a) التعجيل

The rate of change of velocity with respect to time:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{ds}{dt}\right)}{dt}$$ معدل تغيير السرعة مع الزمن

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

---

15 th week الاسبوع الخامس عشر
First law القانون الاول

When the Resultant of force acting on a body is zero the body either at rest or moving with constant velocity on straight line
عندما تكون محصلة القوى المسلطة على الجسم صفراً فأن الجسم أما ان يبقى ساكناً او يتحرك على خط مستقيم وبسرعة ثابتة .

V = constant a = 0

$$V = \frac{s}{t}$$ v = السرعة s = الازاحة t = الزمن

Second law القانون الثاني

If the resultant of force acting on body is not zero when the body move in the direction of resultant with acceleration directly proportional to the resultant and inversely proportional to the mass of body .

$$a \propto \frac{R}{m}$$

a = التعجيل
R= المحصلة
m= الكتلة

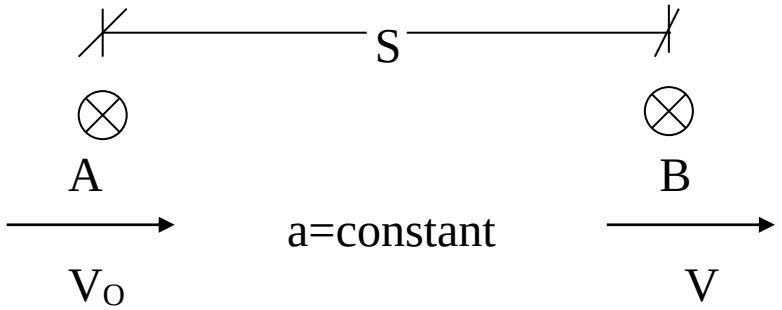
اذا كانت محصلة القوى المسلطة على الجسم لاتساوي صفر فأن الجسم سوف يتحربأتجاه المحصلة بتعجيل يتناسب طردياً مع المحصلة وعكسياً مع كتلة الجسم .

Third law القانون الثالث

For each action are reactions equal in magnitude and opposite in direction. لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه.

Rectilinear motion with constant acceleration الحركة على خط مستقيم وبتعجيل ثابت

Let the body moves with constant acceleration (a) from point (A) to point (B) which (s) displacement from (A) in a time (t) starting with initial velocity (V_o) at (A) and reach a final velocity (V) at (B) .



اذا كان الجسم يتحرك بتعجيل ثابت (a) من النقطة (A) الى النقطة (B) حيث انه قطع ازاحة مقدارها (s) بزمن مقداره (t) مبتدأ بسرعة ابتدائية مقدارها (V_o) من النقطة (A) ومنتهياً بسرعة مقدارها (V) في النقطة (B) .

$$V = \frac{ds}{dt} \quad \text{———} \quad (1)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \text{———} \quad (2)$$

From 1 and 2

$$dt = \frac{ds}{v} \qquad dt = \frac{dv}{a}$$

$$\frac{ds}{v} = \frac{dv}{a}$$

Vdv = ads ———— ③

From 2

dv=adt

$$\int_{v_o}^{v} dv = \int_{o}^{t} dt$$

$$V \Big]_{v_o}^{v} = a\left[t\right]_{o}^{t}$$

(V - V_o) = a (t – o)

V = V_O + at ———— Ⓐ

From ①

ds = Vdt

$$\int_{o}^{s} ds = \int_{o}^{t} (vo + at)\, dt$$

$$\left[s\right]_{o}^{s} = \left[v_o t + \frac{at^2}{2}\right]_{o}^{t}$$

(s – o) = v_ot + $\frac{1}{2}$at^2

S = V_ot + $\frac{1}{2}$at^2 ——— Ⓑ

From ③

Vdv = ads

$$\int_{vo}^{v} V\,dv = a\int_{o}^{s} ds$$

$$\frac{V^2}{2}\Big]_{VO}^{V} = a[s]_o^s$$

$$\frac{V^2}{2} - \frac{V_o^2}{2} = a(s-o)$$

$$\frac{V^2 - V_o^2}{2} = as$$

$$V^2 - V_o^2 = 2as \qquad \boxed{V^2 = V_O^2 + 2as} \quad \text{——} \quad \textbf{(c)}$$

a ⟶ التعجيل (m/sec^2)

t ⟶ الزمن (sec)

V_o ⟶ السرعة الابتدائية (m/sec)

V ⟶ السرعة النهائية (m/sec)

S ⟶ **الازاحة (m)**

Freely fulling bodies سقوط الاجسام سقوطاً حراً

يعتبر سقوط الاجسام سقوطاً حراً حركة على خط مستقيم وبتعجيل ثابت (التعجيل الارضي)الذي يرمز له (g) والذي يساوي ($9.81\ m/sec^2$) لذا فأن قوانين الحركة تصبح على النحو التالي :

$V = V_o + gt$

$S = V_o t + \frac{1}{2} gt^2$

$V^2 = V_o^2 + 2gs$

ملاحظة

يعوض عن التعجيل التسارعي (+) والتعجيل التباطؤي (-) في حالة تطبيق قوانين الحركة .

*** في حالة السقوط الحر في حالة سقوط الجسم من الاعلى الى اسفل يكون (g) موجباً (+) وفي حالة قذف الجسم الى الاعلى يكون (g) سالباً (-) .**

حركة الجسم

a= constant تعجيل ثابت — **V=constant سرعة ثابتة**

$V = V_O + at$

$S = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$

$V^2 = V_o^2 + 2as$

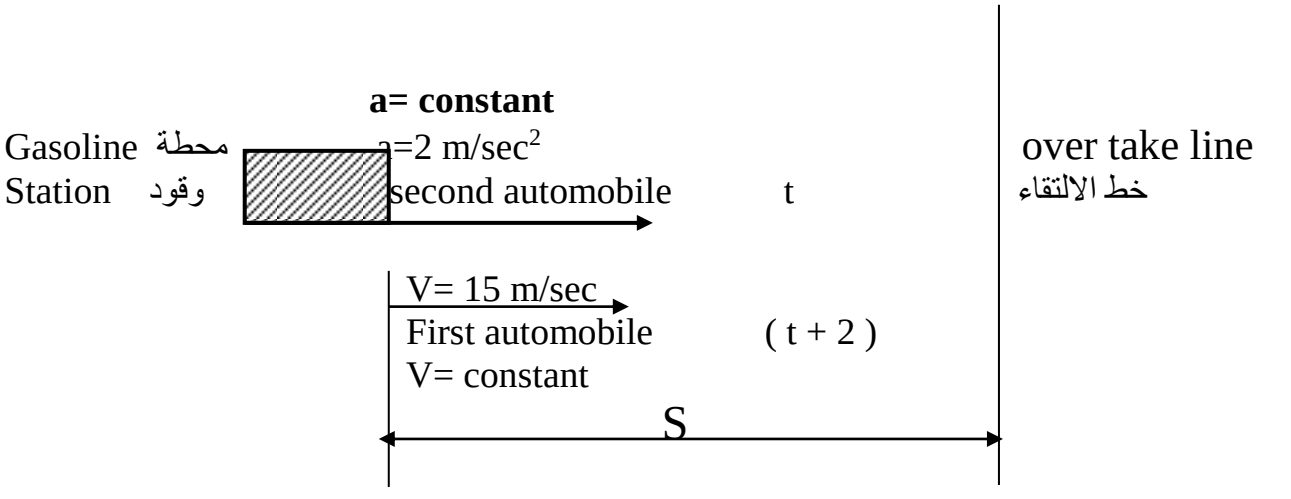
$V = \frac{s}{t}$

$a = 0$

التعجيل

تباطؤ (-) — **تسارع (+)**

Q/ An automobile سيارة moving at constant velocity سرعتها ثابتة of (15 m/sec) passes a gasoline station محطة وقود two second later بعد ثانيتين , another automobile سيارة اخرى leaves غادرة the gasoline station محطة الوقود accelerated at the constant rate of ($2m/sec^2$) , How soon will the second automobile over take the first . وتسارعت بتعجيل ثابت ماهو الزمن اللازم للثانية لتصل الى الاولى .



Second automobile السيارة الثانية

a = constant = 2 m/sec^2

$S = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$

$S = 0 + \frac{1}{2} * 2 * t^2$

$S = t^2$ ——— (1)

First automobile السيارة الاولى

V = constant = 15 m/ sec

$V = \frac{s}{t}$

$15 = \frac{s}{(t+2)}$

$S = 15t + 30$ ——— 2

From 1 and 2

$t^2 = 15t + 30$

$t^2 - 15t - 30 = 0$

$Ax^2 + Bx + c = \mathbf{0}$

$$\mathbf{X} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4Ac}}{2A}$$

$$t = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4*1*30}}{2}$$

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{345}}{2} = \frac{15 \pm 18.5}{2}$$

$$t = \frac{15+18.5}{2} = \frac{33.5}{2}$$

t = 16.72 sec

Q/ A stone is dropped down the well and (5 sec) later the sound of the splash صوت الاصطدام is heard .
If the velocity of sound is (340 m/sec) , what is the depth of the well ?

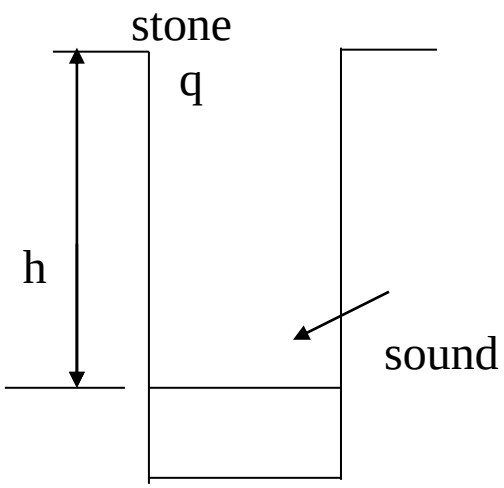
h = نفرض عمق البئر

5 ثانية = زمن نزول الحجر + زمن صعود الصوت

t = نفرض زمن نزول الحجر

5 – t = زمن صعود الصوت

Foe the stone بالنسبة للحجر



a = constant = g = 9.81 m/sec^2

$S = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$

$h = 0 + \frac{1}{2} * 9.81 * t^2$

$h = 4.905\ t^2$ ———— 1

For the sound بالنسبة للصوت

V = constant = 340 m/sec

$V = \frac{s}{t}$

$340 = \frac{h}{5-t}$

340*5-340t = h

1700 – 340t = h ———— 2

h = 1700 – 340 t

من 1 , 2

$4.905\ t^2 = 1700 – 340\ t$

$4.905\ t^2 + 340\ t – 1700 = 0$

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$t = \frac{-340 \pm \sqrt{(340)^2 - 4*4.905*-1700}}{2*4.905}$$

t = 4.683 sec

نعوض في 1

h = 4.905 * 4.683

h = 107 m

16 th week الاسبوع السادس عشر

Kinetics of rectilinear translation with constant acceleration

الحركة على خط مستقيم وبتعجيل ثابت وتحت تأثير قوة

In rectilinear motion في الحركة على خط مستقيم all part of the body جميع اجزاء الجسم moves in direction بأتجاه parallel to the line of motion يوازي خط الحركة and the displacement الازاحة and velocity السرعة and acceleration to each part لكل جزء from the body are parallel to the line of motion . always x-axis دائماً محور السينات taken positive يؤخذ موجباً in direction of motion بأتجاه الحركة , so the displacement , velocity , acceleration and the components of forces مركبات القوى are positive in the direction of motion بأتجاه الحركة and negative in the opposite direction وسالبة عكس الحركة and if we apply تطبيق second law of Newton قانون نيوتن الثاني so the equation is :

$$\sum x = \frac{W}{g} * a \qquad \sum Y = 0 \qquad \sum z = 0$$

$\sum x$ = محصلة القوى بأتجاه الحركة

W = وزن الجسم

g = التعجيل الارضي

a = تعجيل الجسم

لحل أي سؤال في هذا الموضوع نتبع الخطوات التالية :

1. **يجب رسم رسم الجسم الحر للجسم (F . B . D) ووضع جميع القوى المسلطة على الجسم مع الاخذ بنظر الاعتبار ان قوى الاحتكاك تكون عكس الحركة .**
2. **يجب إيجاد اتجاه الحركة للجسم ويؤشر بخط منقط على رسم الجسم الحر .**
3. **بما ان الجسم يسير بتعجيل ثابت وعلى خط مستقيم فنطبق المعادلات التالية .**

$$V = V_0 + at \qquad s = V_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad V^2 = V_0^2 + 2as$$

4. **يؤخذ محور السينات موجباً بأتجاه الحركة وتطبيق المعادلات التالية :**

$$\sum x = \frac{W}{g} * a$$

$$\sum Y = 0$$

Q/ An elevator مصعد كهربائي weighting (1600 N) start from rest ابتدأ من السكون and move up ward وتحرك الى أعلى and reach velocity of (3m/sec) in distance of (6 m) if the acceleration is constant اذا كان التعجيل ثابت, what is the tension ماهي قوة الشد in elevator cable في كيبل المصعد .

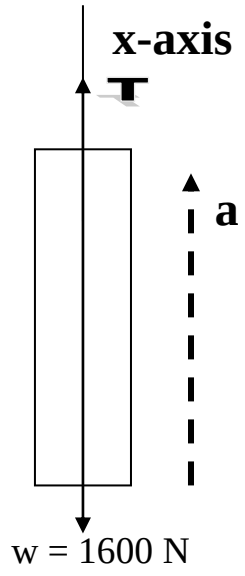
$$\sum x = \frac{W}{g} * a$$

$$\sum x = \frac{W}{g} * a$$

T = قوة الشد

$$T - W = \frac{W}{g} * a$$

$$T = \frac{W}{g} * a + W \quad \text{———} \quad \mathbf{1}$$



$V^2 = V_0^2 + 2as$

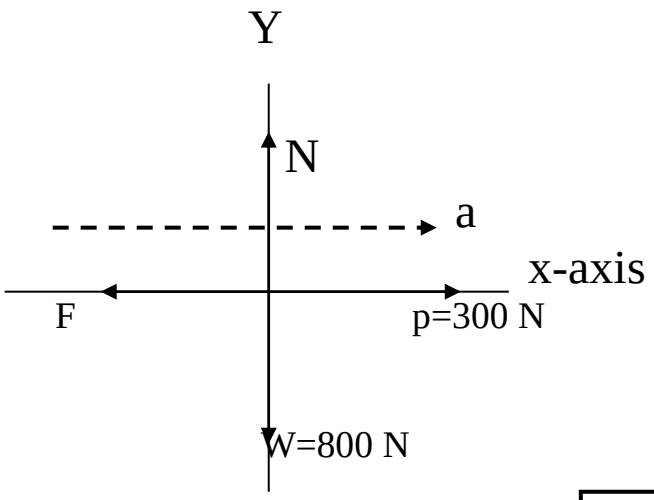
$(3)^2 = 0 + 2 * a * 6$

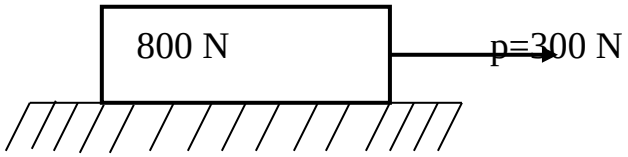
$9 = 12\ a$

$a = \frac{9}{12} = 0.75 m/\sec^2$ نعوض في 1 $T = \frac{1600}{9.81} * 0.75 + 1600$

T = 1722.5 N

Q// In fig. the body reaches a velocity وصل الى سرعة of (12 m/sec) during traveling (30m) starting from rest ابتدأمن السكون moving with constant acceleration يتحرك بتعجيل ثابت . find the coefficient of friction معامل الاحتكاك between the body and ground بين الجسم والارض





$V^2 = V_0^2 + 2as$

$(12)^2 = 0 + 2 * a * 30$

$144 = 60\ a$

$a = \frac{144}{60} = 2.4\ m/sec^2$

$\sum Y = 0$

$N - W = 0$

$N = W = 800\ N$

$F = f * N$

$F = 800\ f$ ——— 1

$\sum x = \frac{W}{g} * a$

$P - F = \frac{W}{g} * a$

$300 - F = \frac{800}{9.81} * 2.4$

F = 300 – 195.7

F = 104.28 N

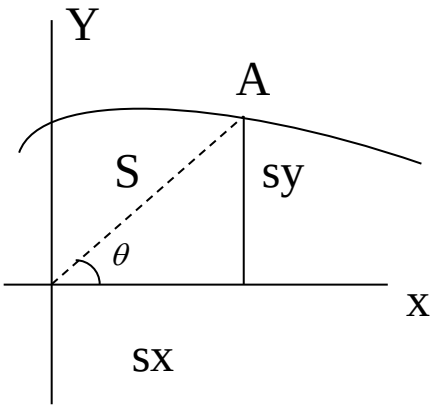
من معادلة 1

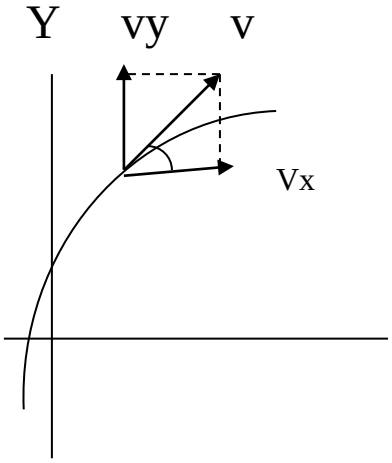
f = $\frac{F}{N} = \frac{104.28}{800}$

f = 0.13

17 week الاسبوع السابع عشر
Curvilinear translations of body حركة الجسم على خط منحني

In case of moving on straight line في حالة الحركة على خط مستقيم the displace velocity and acceleration are in the direction of motion. in case of curvilinear motion displacement الازاحة velocity السرعة acceleration has two components لها مركبتين . one parallel to x-axis and other parallel to y-axis . Projectile القذائف is sample نموذج of curvilinear motion.





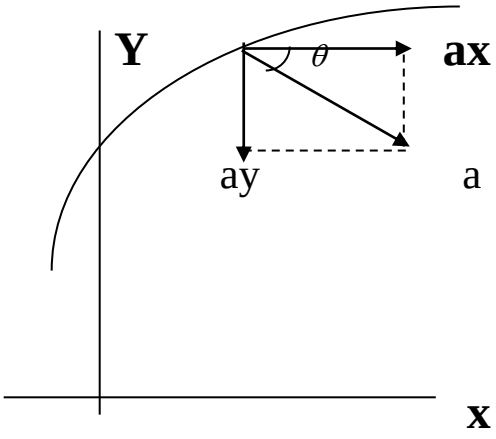
دائماً تكون السرعة مماس للخط المنحني

$$V=\sqrt{vx^2+vy^2}$$

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}$$

$$v_x=v\cos\theta$$

$$v_y=v\sin\theta$$



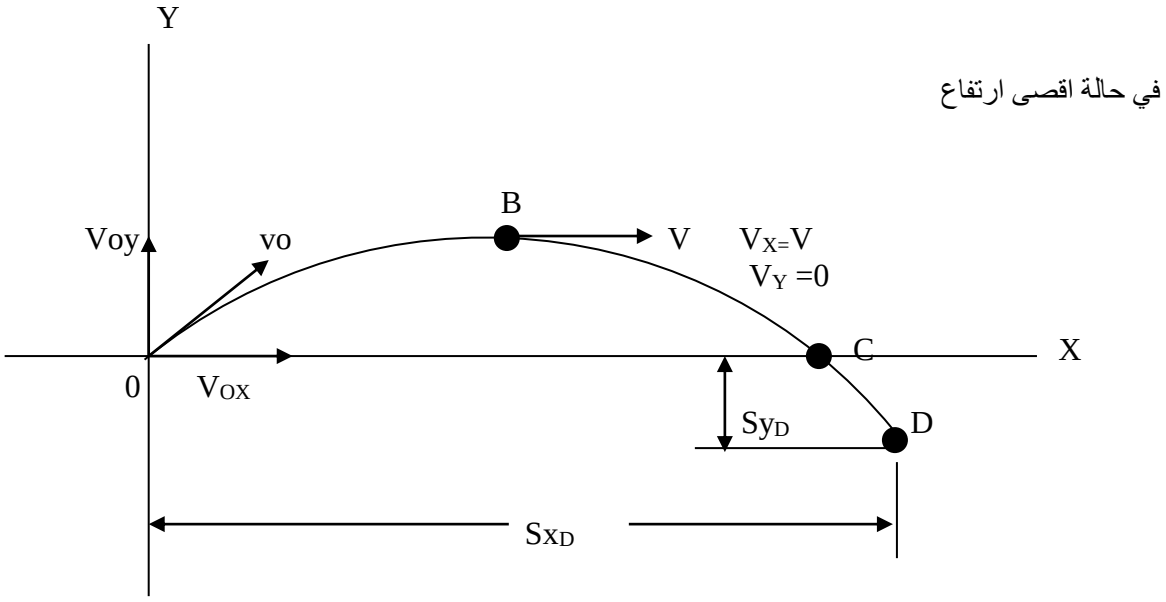
$$a=\sqrt{ax^{2}+ay^{2}}$$

$$\tan\theta=\frac{a_y}{a_x}$$

$$a_x=a\cos\theta$$

$$a_y=a\sin\theta$$

Flight of projectile Air resistance neglected
طيران القذائف ، مقاومة الهواء محذوفة



1. **Air resistance neglected مقاومة الهواء محذوفة**
2. **projectile moving in vacuum تتحرك القذيفة في الفراغ**
3. **wind velocity and rotation of projectile neglected سرعة الريح ودوران القذيفة محذوفة**
4. **Let the path مسار of projectile القذيفة be given by the curve المنحني (O , B , C , D) .**
5. **let the initial velocity of projectile is (Vo) السرعة الابتدائية للقذيفة هيVo**
6. **the only force فقط القوة المؤثرة acting on projectile على القذيفة.**

Is its weight its total acceleration التعجيل الكلي at all position في جميع المواقع is due to gravity and directed يتجه vertically down ward الى اسفل with value (g= 9.81 m/sec^2) .

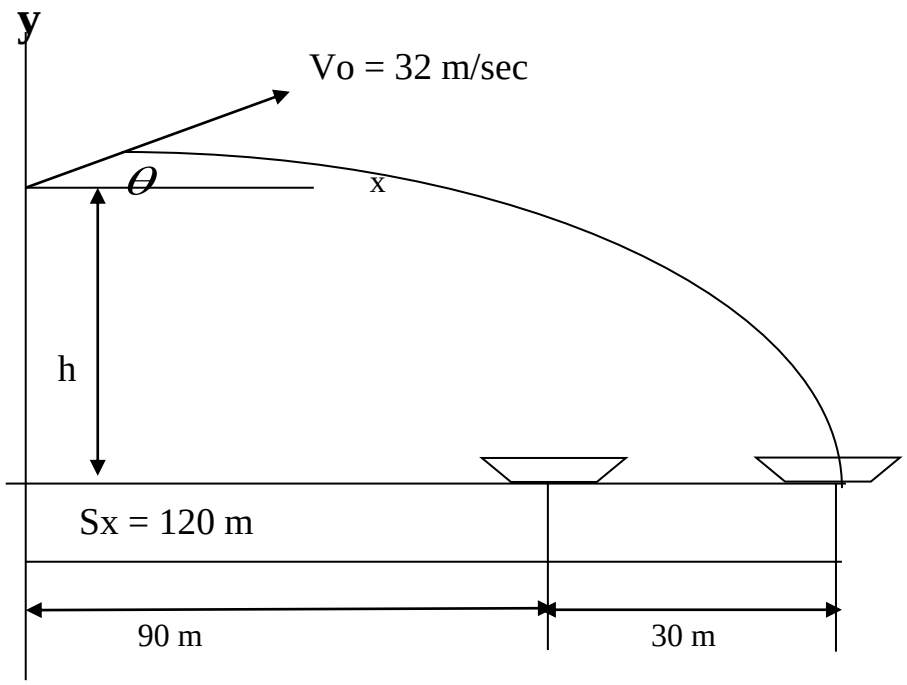
ax = 0 ay = -- g

In stead of considering the actual path المسار الحقيقي of projectile we combine its simultaneous projection up on the (x-axis) and (y-axis) . the equation of these rectilinear components المركبات الخطية of the path are found by substituting تعويض the (x) and (y) components of (s) , (v) and (a) in the equation معادلات for rectilinear motion with constant acceleration نعوض في معادلات الحركة على خط مستقيم وبتعجيل ثابت.

As shown كما موضح in a compiling table جدول المقارنة

Rectilinear motion constant acceleration	X – component of flight	y- components of flight
$V = V_O + at$	$V_X = Vox + axt$ $Vx = Vo \cos \theta$	$Vy = Voy + ayt$ $Vy = Vo \sin \theta - gt$
$S = Vot + \frac{1}{2}at^2$	$Sx = Voxt + \frac{1}{2}axt^2$ $Sx = Vo \cos \theta t$	$Sy = Voyt + \frac{1}{2}ayt^2$ $Sy = Vo \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$

Q/ Boat (A) moves with constant velocity of (6m/sec) from position show in fig . find (θ) in order for the projectile to hit the boat (5 sec) after starting , under this condition تحت هذه الحالة given how height of the hill ماهو ارتفاع التل above the water?



For the bote بالنسبة للمركب

V = constant

$$V = \frac{S}{t}$$

S = v * t = 6 * 5 = 30 m

Sx = Vo cos θ t

120 = 32 * cos θ * 5

$$\text{Cos } \theta = \frac{120}{32*5} = 0.75$$

θ = 41.5^0

Sy = h = ارتفاع التل

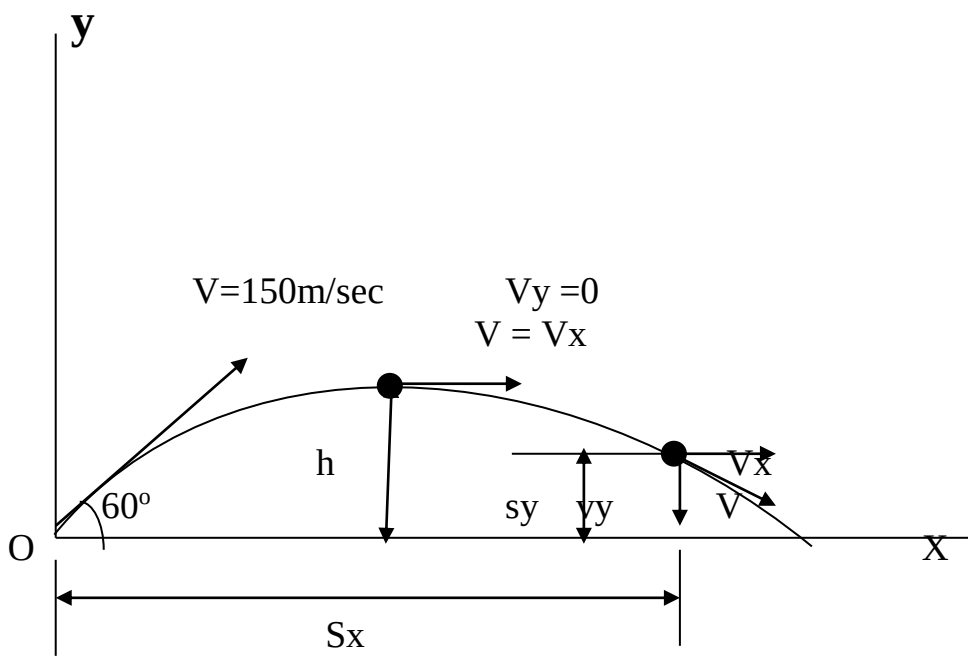
Sy = Vo sin θ t - $\frac{1}{2}$ gt^2

- h = 32 * sin 41.5 * 5 - $\frac{1}{2}$ * 9.81 * (5) ^{2}

- h = - 16.6

h = 16.6 m **الاشارة السالبة تعني ان اتجاه h الى الاسفل**

A shell قذيفة leaves a mortar هاون with a muzzle velocity سرعة ابتدائية of (150 m/sec) directed up ward at (60^o) with horizontal Determine اوجد the position موقع of the shell and its resultant velocity after (20 sec) after firing . How height will it rise .



h = اقصى ارتفاع تصله القذيفة

After (20 sec) t = 20 sec

Sx = Vo cos θ t = 150 * cos60 * 20

Sx = 1500 m

Sy = Vo sin θ t - $\frac{1}{2}$ gt²

Sy = 150 * sin 60 * 20 - $\frac{1}{2}$ (9.81)(20)²

Sy = 628 m

موقعها (1500 , 628)

Vx = Vo cos θ = 150 cos 60

Vx = 75 m/sec

Vy = Vo sin θ - gt
Vy = 150 sin 60 – 9.81 (20)

Vy = - 66.7

Vy = 66.7 m/sec ↓

V= $\sqrt{Vx^2+Vy^2} = \sqrt{(75)^2+(66.2)^2}$

V = 100.5 m/sec

tan θ = $\frac{Vy}{Vx} = \frac{66.2}{75}$ = 0.883

θ = 41.5°

بالنسبة لاقصى ارتفاع

V = Vx
Vy = 0
Vy = Vo sin θ - gt
0 = 150 sin 60 – 9.81 t

t = $\frac{150 \times 0.866}{9.81}$

t = 13.25 sec

h = Sy **h = Sy = Vo sin θt -** $\frac{1}{2}$**gt²**

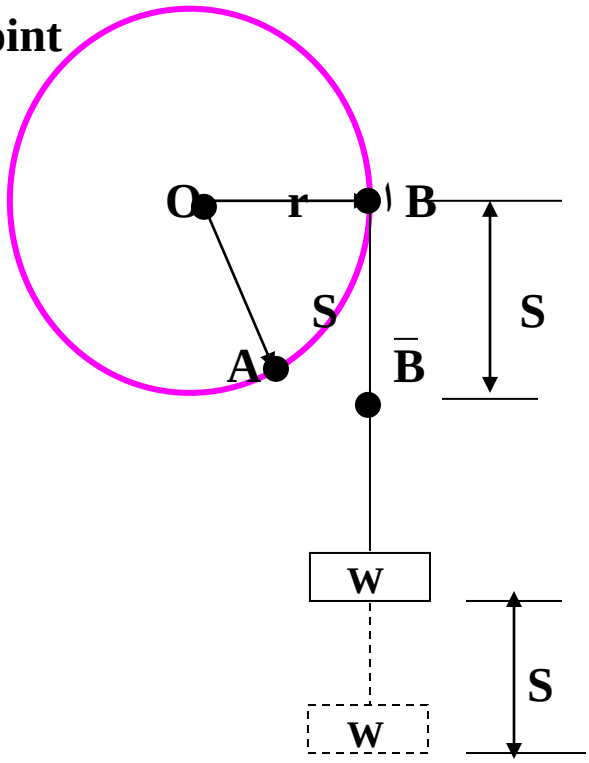
h = 150 sin 60 *13.25 - $\frac{1}{2}$***9.81 (13.25)²**

h = 860 m

18 week الاسبوع الثامن عشر
Kinetic differential equation of Rotation
ايجاد علاقات الدوران

Consider a pulley free to rotate نفرض هناك بكرة حرة الدوران **around an axle (O)** حول المور **under the action of weight (W)** تحت تأثير الوزن **suspended** يتدلى **from accord** الوتر **wound around the pulley . Assume** نفرض **that the weight desended** يندفع **(S) meter , as shown in fig .**

This will unwound تفل **from the pulley a length of accord** طول الوتر **equal to (s) meter** بمقدار **so that point (B) on the rim** محيط **will rotate to occupy the position of point (A)**



the angular distance (θ) الازاحة الزاوية . تدور لتصبح في النقطة **through which the pulley rotate . the relation between the linear displacement** الازاحة الخطية **of the weight and angular displacement** الازاحة الزاوية **(in radians) of pulley is given by relation .**

$$S = r\,\theta \quad \text{———} \quad a$$

S = Linear displacement (m) الازاحة الخطية
r = radius of rotation (m) نصف قطر الدوران
θ = angular displacement (rad) الازاحة الدورانية
If we differentiate (a) with respect to time (t) we have

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

$\frac{ds}{dt}$ = V = **linear velocity (m/sec) السرعة الخطية**

$\frac{d\theta}{dt}$ = ω = **angular velocity (rad / sec) السرعة الدورانية**

V = rω ——— b

If we differentiate equation (b) with respect to time (t) we have .

$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

$\frac{dv}{dt}$ = **at = tangential acceleration (m/sec^2)**

$\frac{d\omega}{dt}$ = $\propto$ = **angular acceleration (rad/sec^2) التعجيل الزاوي**

at = r $\propto$ ——— c

since

V = rω

and $a_n = \frac{v^2}{r}$

$a_n = \frac{r^2\omega^2}{r}$

$a_n = r\ \omega^2$ ——— d

a_n = normal acceleration التعجيل العمودي (m/sec^2)
If be helpful to summarize نستعرض the differential equation of rotation and compare them with similar equation for rectilinear motion .

$V = \frac{ds}{dt}$ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$a = \frac{dv}{dt}$ $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

Vdv = ads $\omega d\omega = \alpha d\theta$

The relation differ only in symbol المعادلات تختلف فقط بالرموز المستخدمة
And they can transformed in to each other by relation .

S = r θ
V = r ω
at = r α
an = r ω^2

all θ, ω, α are vector quantities
جميعها كميات متجهة

the sine of positive (θ) determine the sine of positive (ω) and positive (α) .

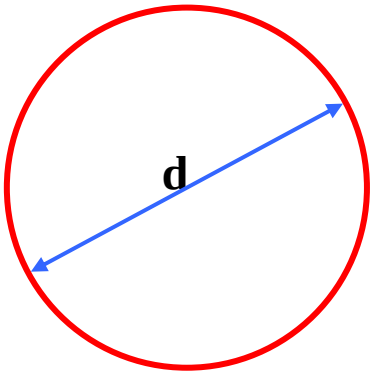
Rotation with constant angular acceleration الدوران بتعجيل زاوي ثابت

The form of kinematics differential equations of rotation are mathematically identical مناسباً to the respective equations of rectilinear motion similar equations in rotation will yield similar results . the result are tabulated مجدول below .

Rectilinear motion الحركة على خط مستقيم	Related by العلاقة بينهما	Rotation الدوران
$V = Vo + at$	$S = r\,\theta$	$\omega = \omega_o + \alpha t$
$S = Vot + \frac{1}{2}at^2$	$V = r\,\omega$	$\theta = \omega ot + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$V^2 = Vo^2 + 2as$	$at = r\alpha$ $an = r\,\omega^2$	$\omega^2 = \omega o^2 + 2\alpha\,\theta$

Q// A pulley بكرة has constant angular acceleration تعجيل زاوي ثابت of (3 rad /sec^2) . when the angular velocity is (2 rad/sec) . the total acceleration التعجيل الكلي of appoint on the rim المحيط of the pulley is (10 cm/sec^2) .compute احسب the diameter of pulley ?

at = r α
at = 3r
an = r ω^2
an = r (2)^2
an = 4r



a = $\sqrt{at^2 + an^2}$

a^2 = at^2 + an^2

(10)^2 = (3r)^2 + (4r)^2

100 = 9r^2 + 16r^2

100 = 25r^2

r^2 = $\frac{100}{25}$ = 4

r = $\sqrt{4}$ = 2 cm

α = 3 rad/sec^2
ω = 2 rad/sec
a = 10 cm/sec^2

d = 2r = 2 * 2 = 4 cm

Q// When the angular velocity السرعة الزاوية of (4 cm) diameter pulley is (3 rad /sec) , the total acceleration of point on rim is (30 cm/sec^2) . determine احسب the angular acceleration التعجيل الزاوي of the pulley at this instant في هذه اللحظة .

d = 4 cm , r = 2 cm , ω= 3 rad/sec , a = 30 cm/sec^2 α =?

an =rω^2
an = 2 (3)^2 = 18 cm/ sec^2

a = $\sqrt{at^2+an^2}$

a^2 = at^2 + an^2

at^2 = a^2 – an^2

at^2 = (30)^2 – (18)^2

at^2 = 900 – 324

at^2 = 576

at = $\sqrt{576}$

at = 24 m/sec^2

at = r α

^{2}= 12 rad/sec $\frac{at}{r}=\frac{24}{2}=\alpha$