

الالكترونيك الرقمي

١ - النظام العشري Decimal System

من المعروف أن العد العشري (نظام العد 10) ليس إلا سلسلة من الأرقام الصحيحة يفهم منها أنها مضاريب متتالية للقوة 10 ، ثم يتم جمع الحدود المنفردة جميعاً .
و نظام العد العشري يلزمنا عدة رموز (0 ~ 9) حيث يضرب كل منها بعشرة مرفوعة إلى قوة تحدد وفق الخانة بالنسبة أي الفاضلة العشرية. فمثلاً إذا كان لدينا العدد 238 فإن الرقم 8 يكون في موضع الاحاد بينما الرقم 3 يكون في موضع العشرات أي 30 والرقم الثالث 2 في موضع المئات أي 20 وإذا جمعناها $8+30+200$ فيكون الناتج هو العدد العشري 238 .

مثال ١ : حلل العدد العشري طبقاً لقيم مواضعه $3476_{10} - 19.85_{10}$.

$$3476_{10} = 3000 + 400 + 70 + 6$$

$$19.85_{10} = 1 * 10^1 + 9 * 10^0 + 8 * 10^{-1} + 5 * 10^{-2}$$

$$= 10 + 9 + 0.8 + 0.05$$

٢ - النظام الثنائي Binary System

يتكون النظام الثنائي من رمزين فقط (0,1) وأساس هذا النظام هو العدد 2، ويطلق على كل خانة من الرقم الثنائي bit. وعلى ذلك فإن أي رقم ثنائي يتكون من مجموعة من الأرقام التي تشتمل على 0, 1 وكل رقم له وزن معين حسب موقعة سواء كان العدد صحيحاً أو كسراً عشرياً كما هو موضح بالجدول (١-١). وإذا كان لدينا العدد الثنائي 10011 فإنه ينطق (واحد، صفر، صفر، واحد، واحد، واحد).

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	قوى العدد
16	8	4	2	1	مرتبة العدد
					العدد الثنائي

جدول (١-١) الأوزان الخاصة بالنظام الثنائي

التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري

لتحويل أي عدد ثنائي إلى النظام العشري فإن كل رقم ثنائي يضرب في وزنه حسب موقعه كما في الأمثلة التالية:

مثال ١ : حول العدد الثنائي 10011_2 إلى عدد عشري؟

الحل

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	قوى العدد
16	8	4	2	1	مرتبة العدد
1	0	0	1	1	العدد الثنائي

$$10011_2 = 1 * 16 + 0 * 8 + 0 * 4 + 1 * 2 + 1 * 1$$

$$= 16 + 2 + 1$$

$$= 19_{10}$$

إذن العدد الثنائي 10011_2 يكافئ العدد العشري 19_{10}

مثال ٢ : حول العدد الثنائي 101110_2 إلى عدد عشري؟

الحل

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	قوى العدد
32	16	8	4	2	1	مرتبة العدد
1	0	1	1	1	0	العدد الثنائي

$$\begin{aligned}101110_2 &= 1*32 + 0*16 + 1*8 + 1*4 + 1*2 + 0*1 \\ &= 32 + 8 + 4 + 2 \\ &= 46_{10}\end{aligned}$$

إذن العدد الثنائي 101110_2 يكافئ العدد العشري 46_{10}

مثال : حول العدد الثنائي 1110_2 إلى عدد عشري؟

الحل

2^3	2^2	2^1	2^0
8	4	2	1
1	1	1	0

$$\begin{aligned}1110_2 &= 1*8 + 1*4 + 1*2 + 0*1 \\ &= 8 + 4 + 2 \\ &= 14_{10}\end{aligned}$$

مثال : حول العدد الثنائي 0110_2 إلى عدد عشري؟

الحل

2^3	2^2	2^1	2^0	قوى العدد
8	4	2	1	مرتبة العدد
0	1	1	0	العدد الثنائي

$$\begin{aligned} 0110_2 &= 0*8+1*4+1*2+0*1 \\ &= 4+2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

إذن العدد الثنائي 0110_2 يكافئ العدد العشري 6_{10}

التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي

إذا كان العدد العشري مكون من عدد صحيح وكسر فإن كل منهما يعامل على حده كما يلي:

١ - بالنسب للعدد الصحيح فإننا نستخدم القسمة على أساس النظام 2 بالتوالي.

٢ - بالنسب للكسر فإننا نستخدم الضرب في أساس النظام 2 بالتوالي.

مثال ١ - حول العدد العشري 87_{10} إلى عدد ثنائي؟

لأن العدد صحيح نقوم بقسمة العدد 87 على 2 فيكون ناتج القسمة 43 وباقي القسمة 1 ولهذا الباقي

اهمية لذا يسجل ويكون هو الرقم الثنائي الأدنى أهمية (LSB) ثم نكرر العمل مع ناتج القسمة

وهكذا.

$$87 \div 2 = 43$$

$$43 \div 2 = 21$$

$$21 \div 2 = 10$$

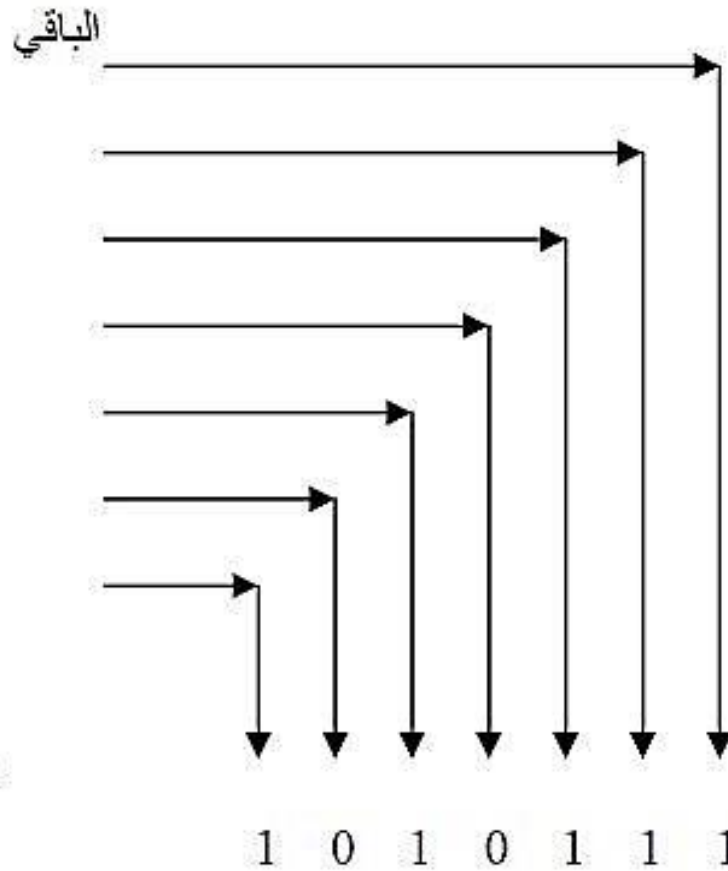
$$10 \div 2 = 5$$

$$5 \div 2 = 2$$

$$2 \div 2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0$$

$$87_{10} = 1010111_2$$

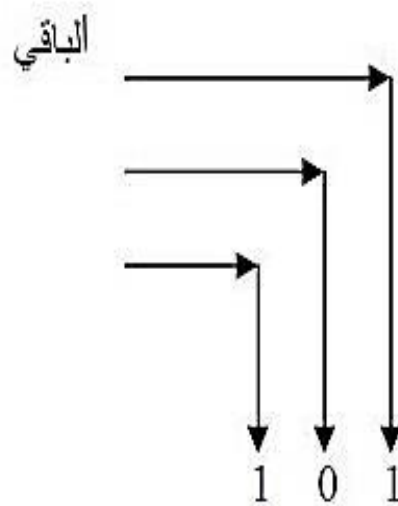


مثال ٢ - حول العدد العشري 5_{10} إلى عدد ثنائي؟

$$5 \div 2 = 2$$

$$2 \div 2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0$$



مثال ٢ - حول العدد العشري 5_{10} إلى عدد ثنائي؟

2^3	2^2	2^1	2^0	قوى العدد
8	4	2	1	مرتبة العدد
0	1	0	1	العدد الثنائي

$$5_{10} = 0101_2$$

مثال ٢ - حول العدد العشري 10_{10} إلى عدد ثنائي؟

2^3	2^2	2^1	2^0	قوى العدد
8	4	2	1	مرتبة العدد
1	0	1	0	العدد الثنائي

$$10_{10} = 1010_2$$

س احول العدد الثنائي 1110010 الى النظام العشري

2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
			1	1	1	0	0	1	0
			64	32	16	0	0	2	0

$$2+16+32+64=114$$

مثال : حول العدد العشري 18_{10} إلى عدد ثنائي؟

الحل

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
16	8	4	2	1
1	0	0	1	0

$$18_{10} = 10010$$

س :حول العدد العشري 336 الى النظام الثنائي

س: حول الرقم 336_{10} الى النظام الرقمي

س احول العدد العشري 390 الى النظام الثنائي

س \حول العدد الثنائي 1110010 الى النظام العشري

2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
			1	1	1	0	0	1	0
			64	32	16	0	0	2	0

$$2+16+32+64=114$$

٣ - النظام السداسي عشر Hexadecimal System

النظام العددي السداسي عشر أساسه 16. ويطلق عليه " النظام العددي ذو الأساس ١٦ وهو يستخدم الرموز (0 ~ 9,A,B,C,D,E,F) حيث يعبر الحرف A عن العدد 10 و الحرف B عن العدد 11 و الحرف C عن العدد 12 و الحرف D عن العدد 13 و الحرف E عن العدد 14 و الحرف F عن العدد 15 كما في الجدول (٢ - ١)

عشري	ثنائي	سداسي عشر
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

عشري	ثنائي	سداسي عشر	عشري	ثنائي	سداسي عشر
0	0000	0	16	10000	10
1	0001	1	17	10001	11
2	0010	2	18	10010	12
3	0011	3	19	10011	13
4	0100	4	20	10100	14
5	0101	5	21	10101	15
6	0110	6	22	10110	16
7	0111	7	23	10111	17
8	1000	8	24	11000	18
9	1001	9	25	11001	19
10	1010	A	26	11010	1A
11	1011	B	27	11011	1B
12	1100	C	28	11100	1C
13	1101	D	29	11101	1D
14	1110	E	30	11110	1E
15	1111	F	31	11111	1F

التحويل من النظام السداسي عشر إلى الثنائي

إن الفائدة الأولية للنظام السداسي عشر هي سهولة تحويله إلى عدد ثنائي وذلك بأن كل خانة من الرقم السداسي عشر تكون مجموعة من أربع خانات من العدد الثنائي ($F_{16} \equiv 1111_2 \dots 0_{16} \equiv 0000_2$). تضم بعد ذلك مجموعة الخانات الثنائية لتكون العدد الثنائي.

مثال ١ - حول العدد السداسي عشر $A39_{16}$ إلى مكافئه الثنائي؟

	A	3	9
	1010	0011	1001
$\therefore A39_{16} =$	101000111001 ₂		

مثال ٢ - حول العدد السداسي عشر $47D_{16}$ إلى مكافئه الثنائي؟

	4	7	D
	0100	0111	1101
$\therefore 47D_{16} =$	010001111101 ₂		

مثال ٢ - حول العدد السداسي عشر $9A747D_{16}$ إلى مكافئه الثنائي؟

9	A	7	4	7	D
1001	1010	0111	0100	0111	1101
$9A747D_{16} =$	10011010 0111010001111101 ₂				

التحويل من الثنائي إلى النظام السداسي عشر

التحويل من النظام الثنائي إلى السداسي عشر هي بالفعل عكس ما سبق وذلك بتقسيم العدد الثنائي إلى مجموعات كل مجموعة مكونة من أربع خانات بحيث كل مجموعة تكافئ رقم سداسي عشر. لكن يجب أن نراعي أن نقوم بإكمال المجموعة بالأصفار إن دعت الحاجة لذلك.

مثال ١ - حول العدد الثنائي 101010000101_2 إلى مكافئه السداسي عشر ؟

101010000101		
1010	1000	0101
A	8	5
$\therefore 101010000101_2 = A85_{16}$		

مثال ٢ - حول العدد الثنائي 10010_2 إلى مكافئه السداسي عشر ؟

00010010		
0001	0010	
1	2	
$\therefore 10010_2 = 12_{16}$		

جمع وطرح الأعداد الثنائية

الجمع الثنائي Binary Addition

إن عملية الجمع الثنائية بسيطة للغاية إذا ما فهمنا قواعد الجمع الثنائي الموضحة بالجدول (٤ - ١) .
والتي استخدمنا فيها رقمين ثنائيين.

العملية	النتج	المرحل	
$0 + 0 =$	0	-	القاعدة الأولى
$0 + 1 =$	1	-	القاعدة الثانية
$1 + 0 =$	1	-	القاعدة الثالثة
$1 + 1 =$	0	1	القاعدة الرابعة

جدول (٤ - ١) قواعد الجمع الثنائي

القواعد الثلاثة الأولى واضحة فهي عملية جمع عادية أما القاعدة الرابعة فتقول أنه في الجمع الثنائي $(1+1=10)$ أي ما يكافئ العدد 2 عشرياً من طرق التحويل التي سبق أن درسناها ، إذن فكما يحدث في الجمع العشري العادي يجب أن يرحل العدد الآخر (1) إلى العمود التالي .

العملية	النتج	المرحل
$0+0 =$	0	-
$0+1 =$	1	-
$1+0 =$	1	-
$1+1 =$	0	1

ونوضح فيما يلي بعض الأمثلة للجمع.

$$\begin{array}{r}
 100 \\
 + 010 \\
 \hline
 110
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 4 \\
 + 2 \\
 \hline
 6
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 111 \\
 + 011 \\
 \hline
 1000
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 5 \\
 + 3 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

المجموع المقابل العشري المجموع المقابل العشري

نلاحظ هنا أنه تم جمع ثلاثة وحيد
 $1 + 1 + 1 = 1$ والمرحل = 1

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 111 \\
 \hline
 110
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 3 \\
 + 3 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

المجموع المقابل العشري

$$\begin{array}{r}
 \phantom{77_{\text{H}}} \\
 \phantom{77_{\text{H}}} \\
 77_{\text{H}} \\
 A5_{\text{H}} + \\
 \hline
 1C_{\text{H}}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{الرقم الأول} \\
 \text{الرقم الثاني} \\
 \text{النتيجة}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{AA_{\text{H}}} \\
 \phantom{AA_{\text{H}}} \\
 AA_{\text{H}} \\
 A5_{\text{H}} + \\
 \hline
 4F_{\text{H}}
 \end{array}$$

حول الرقم بالنظام السداسي عشر (98C) الى النظام الثنائي

الطرح الثنائي Binary Subtraction

المتومات للعدد الثنائي

١ - المتمم الأول

يتم إيجاد المتمم الأول للعدد الثنائي عن طريق تحويل الأصفار إلى وحيد وكذلك الواحد إلى أصفار

٢ - المتمم الثاني

هو العدد الذي نحصل عليه بعد إضافة (1) إلى المتمم الأول.

$$1 + \text{المتمم الأول} = \text{المتمم الثاني}$$

$$A = 1010 \ 1010$$

$$B = 1010 \ 0101 \ -$$

$$B = 1010 \ 0101$$

$$\begin{array}{r} \text{المتمم الأول} \ 0101 \ 1010 \\ + \\ 1 \end{array}$$

$$\text{المتمم الثاني} \ 0101 \ 1011$$

$$\begin{array}{r} 11111 \ 1 \\ A = 1010 \ 1010 \\ B \text{ المتمم الثاني لمحتويات المسجل} \ 0101 \ 1011 + \\ \hline 0000 \ 0101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 A = 0011\ 1010 \\
 B = 1110\ 1011 \quad - \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 B = 1110\ 1011 \\
 \text{المتمم الاول} \quad 0001\ 0100 \quad + \\
 \\
 \\
 \\
 \hline
 0001\ 0101
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 A = 0011\ 1010 \\
 \\
 \\
 \hline
 0100\ 1111
 \end{array}$$

قم بإجراء العملية التالية

1010 1011-0001 0010

1010 1011	A	1010 1011
0001 0010	B	1110 1110
<hr/>		<hr/>
		1001 1001
		1110 1101
		+ 1
		<hr/>
		1110 1110

البوابات المنطقية الأساسية

تمهيد

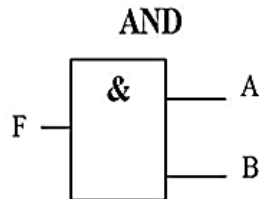
إن البوابة المنطقية (logic gate) هي وحدة البناء الأساسية في الأنظمة الرقمية. وحيث إن البوابات المنطقية تستخدم الأعداد الثنائية فإن هذه البوابات تسمى " البوابات المنطقية الثنائية ". إن كل الجهود المستخدمة في البوابات المنطقية تكون إما عالية (HIGH) أو منخفضة (LOW) وفي هذه الحقيقة فإن الجهد العالي (HIGH) سوف يعني الرقم الثنائي "1" في حين أن الجهد المنخفض (LOW) سوف يعني الرقم الثنائي "0" تذكر أن البوابات المنطقية هي دوائر إلكترونية ، وهذه الدوائر تستجيب فقط للجهود العالية وتسمى 1 أو الجهود المنخفضة وتسمى 0. تبنى كل الأنظمة الرقمية باستخدام ثلاث بوابات منطقية أساسية فقط. هذه البوابات الأساسية هي بوابة " و " (AND gate) وبوابة " أو " (OR gate) وبوابة " النفي " (NOT gate) .

بوابة AND

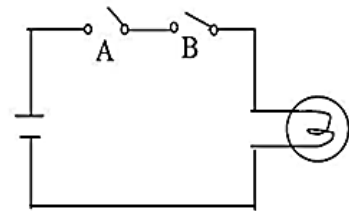
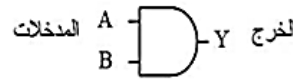
الدائرة الكهربائية كما بالشكل (1) توضح عمل البوابة " AND " و يلاحظ من هذه الدائرة أن المصباح لا يضيء إلا إذا كان المفتاحان A & B مغلقين On في نفس الوقت وغير هذه الحالة لا يضيء المصباح . كما بجدول رقم (1) .

ونلاحظ أن بوابة " و " AND يكون الخرج لها مساوياً "1" فقط إذا كان الدخلان A & B كلاهما مساوياً "1" ويمكن التعبير عن ذلك أو توضيح عمل البوابة باستخدام جدول يعرف بجدول الحقيقة وهو موضح في جدول رقم (2) .

١- بوابة و - AND gate



الرمز المنطقي لبوابة " و " AND



الدائرة الكهربائية لبوابة AND

كيفية بناء جدول الحقيقة :

١ - تحدد احتمالات الدخل للبوابة عن طريق استخدام العلاقة :

عدد الاحتمالات = 2^n حيث n عدد مداخل البوابة .

٢ - عند كل حالة من حالات الدخل نحدد حالة الخرج المناظرة .

مثال : إذا كان عدد المداخل 2 فإن الاحتمالات = $2^2 = 4$ كما بالجدول رقم (١) . أما

إذا كان $n=3$ فإن عدد الاحتمالات = 8

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

جدول (٢)

الدخل		الخرج
المفتاح		المصباح
B	A	Y
off	off	Off
off	on	Off
on	off	Off
on	on	On

جدول (١)

الدخل		الخرج
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

المعادلة البولية لبوابة AND " معادلة الجبر البولي لبوابة AND "

معادلة لبوابة AND ذات مدخلين

$$A \cdot B = y$$

وتقرأ A و B تساوي الخرج Y أو $Y=A \text{ and } B$

قوانين بوابة " و " AND

$$A \cdot 0 = 0$$

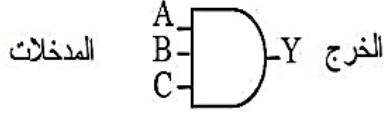
$$A \cdot 1 = A$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

نلاحظ وجود الشرطة فوق المتغير في القانون الأخير . وهذا يعني نفي المتغير A أو عكس A

في أحوال كثيرة يكون للدائرة المنطقية ثلاثة مداخل أو أكثر. ويبين الشكل (٤- أ) الرمز المنطقي لبوابة "و" ذات الثلاثة مداخل وتظهر المداخل الثلاثة على يسار الرمز (A,B,C) والخرج هو Y. كما يبين الشكل (٤- ب) التعبير البولي للبوابة.



(ب) معادلة الجبر البولي ذات ثلاثة مداخل

(أ) الرمز المنطقي لبوابة "و"
AND ذات ثلاثة مداخل

$$A \cdot B \cdot C = Y$$

شكل (٤)

يبين جدول الصواب في الشكل (٤- ج) الحالات الثمانية المحتملة باستخدام القانون السابق ونلاحظ مجدداً أن خرج البوابة "و" يكون 1 فقط إذا كانت جميع المداخل الثلاثة في الوضع 1.

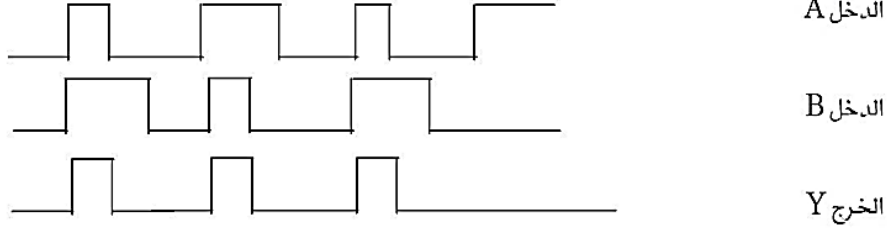
الدخل			الخرج
C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(ج) جدول الحقيقة لبوابة AND ذات ثلاثة مداخل

شكل (٤)

مثال : إرسم المخطط البيانات الزمني لخرج بوابة " و " AND ذات المدخلين إذا كانت إشارات الدخل كما هو موضح في الشكل التالي :

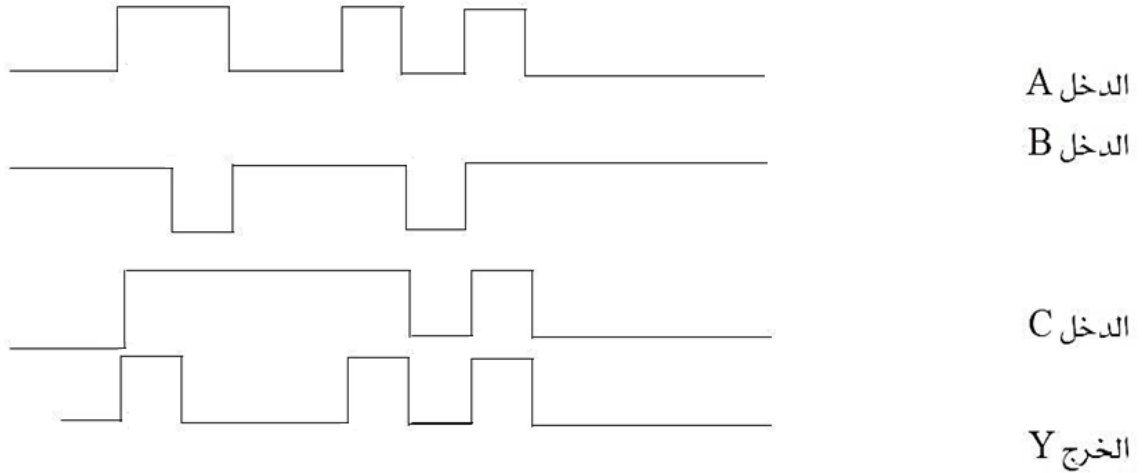
الحل :



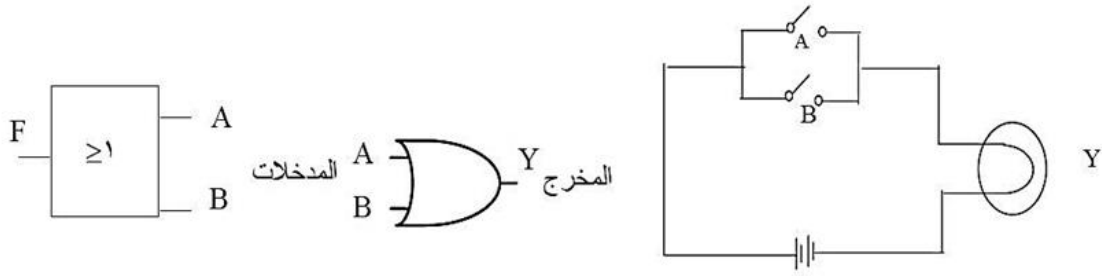
الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

مثال : إرسم المخطط البيانات الزمني لخرج بوابة " و " AND ذات ثلاثة مداخل ، إذا كانت إشارات الدخل كما هو مبين في الشكل التالي :

الحل :



٢- بوابة "أو" OR gate



شكل (٦) الرمز المنطقي لبوابة "أو" OR

شكل (٥) الدائرة الكهربائية لبوابة OR

الدائرة الكهربائية كما بالشكل (٥) توضح عمل البوابة "OR" و يلاحظ من هذه الدائرة أن المصباح يضيء إذا كان أحد المفتاحين A & B مغلق On أو كلاهما معاً .

ونلاحظ أن بوابة "أو" OR يكون الخرج لها مساوياً "0" فقط إذا كان الدخلان A & B كلاهما مساوياً "0" وعدا ذلك يكون الخرج لها مساوياً "1" ويمكن التعبير عن ذلك أو توضيح عمل البوابة باستخدام جدول يعرف بجدول الحقيقة كما هو موضح في جدول رقم (٤) .

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

جدول (٤)

الدخل		الخرج
المفتاح		المصباح
B	A	Y
off	off	Off
off	on	On
on	off	On
on	on	On

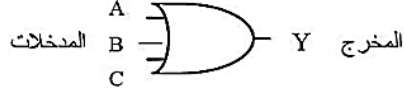
جدول (٢)

$$A + B = Y$$

معادلة الجبر البولي لبوابة OR

وتقرأ A أو B تساوي Y وتقرأ $A \text{ OR } B = Y$

مثال : إرسم الرمز المنطقي لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل ؟ واكتب جدول الحقيقة لها .



الرمز المنطقي لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل

الدخل			الخرج
C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

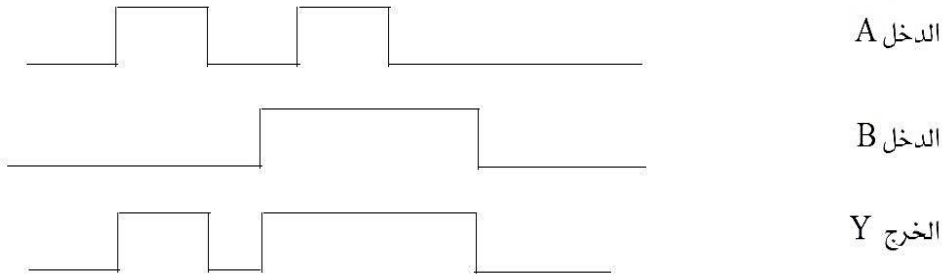
جدول الحقيقة لبوابة OR ذات الثلاثة مداخل

المخطط البياني الزمني لبوابة OR

مثال : ارسم المخطط البياني الزمني لبوابة OR ذات مدخلين إذا كانت إشارات الدخل كما هو موضح

في الشكل التالي ، واكتب معادلة الجبر البولي الخاصة بها ؟

الحل :

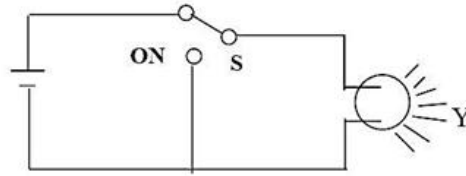


معادلة الجبر البولي لبوابة OR ذات مدخلين $A + B = Y$

٣- بوابة النفي NOT gate



الرمز المنطقي لبوابة NOT



شكل (٨) الدائرة الكهربائية لبوابة NOT .

الدائرة الكهربائية لبوابة النفي NOT

الدخل	الخرج
المفتاح	المصباح
A	Y
Off	on
on	off

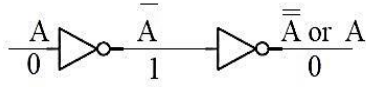
من الشكل (٢- ٨) الذي يوضح عمل بوابة النفي NOT حيث تعكس إشارة الدخل إذا كان الدخل OFF يكون الخرج ON والعكس لذلك بوابة NOT تنفي الدخل . وهي بوابة لها دخل وخرج واحد .

جدول الحقيقة لبوابة NOT

الدخل	الخرج
A	Y
0	1
1	0

معادلة الجبر البولي لبوابة NOT

$$Y = \bar{A}$$



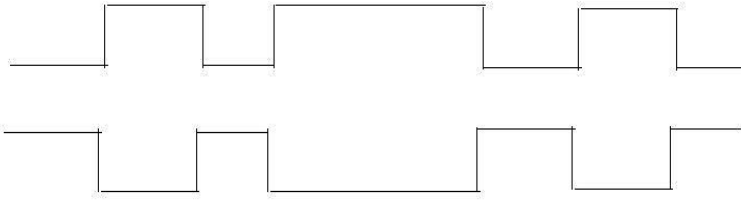
إذا كان

$$A = 1 \quad \bar{A} = 0 \quad \therefore \bar{\bar{A}} = 1$$

المخطط البياني الزمني لبوابة NOT

مثال : ارسم الرسم البياني الزمني لخرج بوابة النفي NOT إذا كانت إشارة الدخل كما هو موضح في الشكل التالي :

الحل :



A الدخل

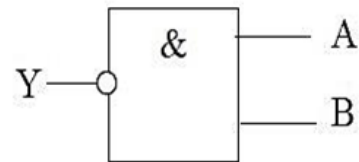
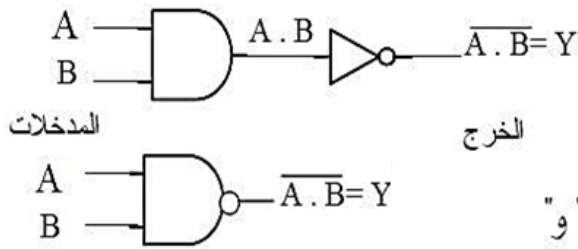
Y الخرج

البوابات المنطقية الأخرى

إن النظم الرقمية شديدة التعقيد، مثل الحاسبات الكبيرة، يتم بناؤها بواسطة البوابات المنطقية الأساسية. وتعتبر بوابات "و"، "أو" و النفي هي البوابات الأساسية ومن هذه النبائط الأساسية يمكن أن تصنع أربع بوابات منطقية مفيدة أخرى. وتسمى هذه البوابات الأخرى : بوابة "نفي و" (NAND)، وبوابة نفي أو (NOR) وبوابة أو الاستثنائية (Exclusive OR)، وبوابة نفي أو الاستثنائية Exclusive NOR.

١ - بوابة نفي و NAND gate

لننظر إلى الرسم التخطيطي للرمز المنطقي المبين في شكل (٢-١). ففيه بوابة "و" قد تم ربطها مع عاكس (بوابة نفي). يتم ضرب المداخل A, B منطقياً لتكوين التعبير البولي (A.B). ثم تعكس عن طريق بوابة النفي، لذا نلاحظ أن الشرطة العليا "____" قد أضيفت إلى التعبير البولي دلالة على بوابة "نفي و" (NAND).



شكل (٢-١) الرمز المنطقي لبوابة نفي و

معادلة الجبر البولي لبوابة NAND

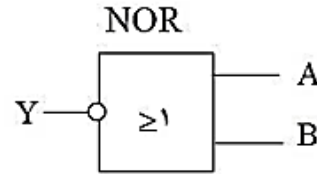
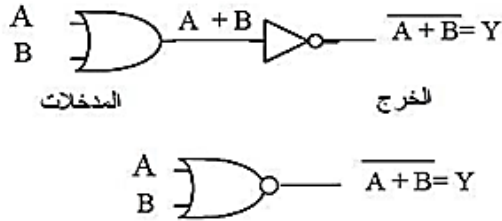
$$Y = \overline{A \cdot B}$$

جدول الحقيقة "الصواب" لبوابة NAND

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

٢ - بوابة نفي أو NOR gate

لننظر إلى الرسم التخطيطي للرمز المنطقي المبين في شكل (٣- ٢). ففيه بوابة "أو" قد تم ربطها مع عاكس (بوابة نفي). يتم جمع المدخل A, B منطقياً لتكوين التعبير البولي (A+B). ثم تعكس عن طريق بوابة النفي، لذا نلاحظ أن الشرطة العليا "____" قد أضيفت إلى التعبير البولي دلالة على بوابة "نفي" أو "NOR"



شكل (٢- ٢) الرمز المنطقي لبوابة نفي "أو"

يظهر الرمز المنطقي المستخدم لبوابة "نفي أو" في أسفل شكل (٢- ٢). لاحظ أن رمز "نفي أو" هو رمز بوابة "أو" مع إضافة دائرة صغيرة عند المخرج. وتسمى هذه الدائرة بالدائرة العاكسة.

معادلة الجبر البولي للبوابة :

$$Y = \overline{A + B}$$

جدول الحقيقة لبوابة NOR

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

٢- بوابة "أو الاستثنائية" EXOR = Exclusive OR gate

حيث تعطي خرج حقيقي "1" عند اختلاف مستويات الدخل وما عد ذلك يكون الخرج "0"

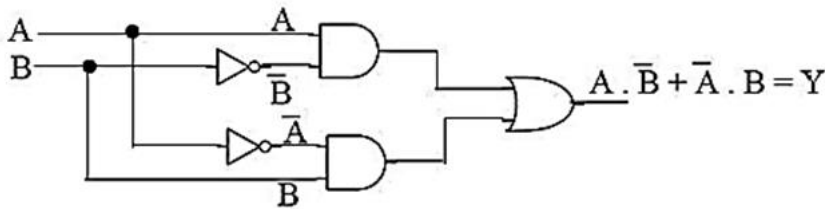
وتسمى كذلك بوابة XOR



معادلة الجبر البولي EXOR

$$Y = A \oplus B$$

تمثيل بوابة XOR ببوابات AND و OR و NOT

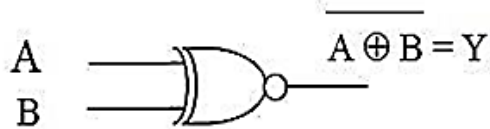
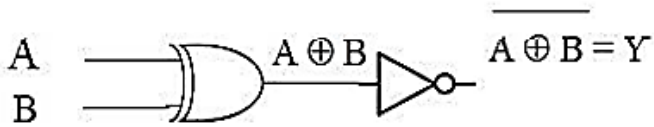


جدول الحقيقة "الصواب" EXOR

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

٤ - بوابة نفي أو الاستثنائية EXNOR

$$\overline{A \oplus B} = Y$$



$Y = \overline{A \oplus B}$ EXNOR معادلة الجبر البولي

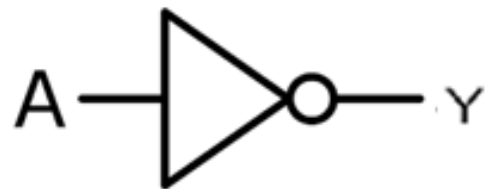
جدول الحقيقة "الصواب"

الدخل		الخرج
B	A	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

The inverter (NOT circuit)

The Boolean algebra of an inverter is $Y = \overline{A}$

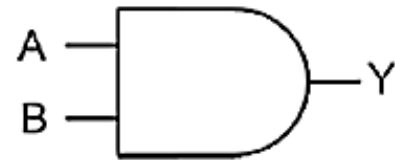
A	Y
0	1
1	0



AND GATE

The Boolean algebra of an AND is $Y=AB$ or $A.B$

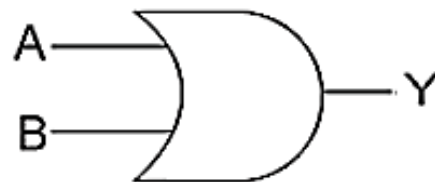
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



The OR Gate

The Boolean algebra of an OR is $Y=A+B$

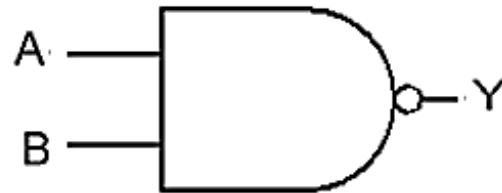
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



NAND GATE

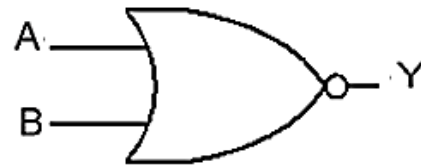
The Boolean algebra of NAND is $Y = \overline{AB}$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



The NOR Gate $Y = \overline{A + B}$

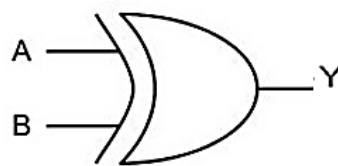
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



The Exclusive-OR (XOR) Gate

$$Y = A \oplus B$$

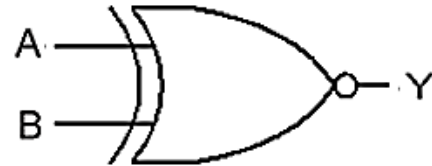
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



The Exclusive-NOR (X-NOR) Gate

$$Y = A \odot B$$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



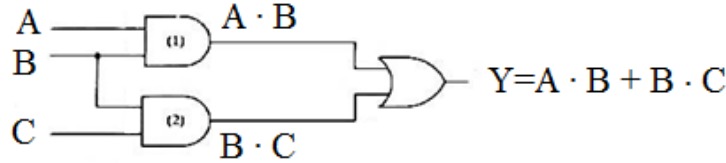
A	B	\bar{A}	\bar{B}	AB	A+B	$A \oplus B$	$A \odot B$	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1

تجميع البوابات المنطقية

تعتبر البوابات السابقة دراستها هي اللبنة الأساسية لبناء الدوائر المنطقية التي تؤدي وظائف معينة ويمكن تجميع البوابات المنطقية بأسلوب :

"AND - OR gates "

منطق "و - أو"



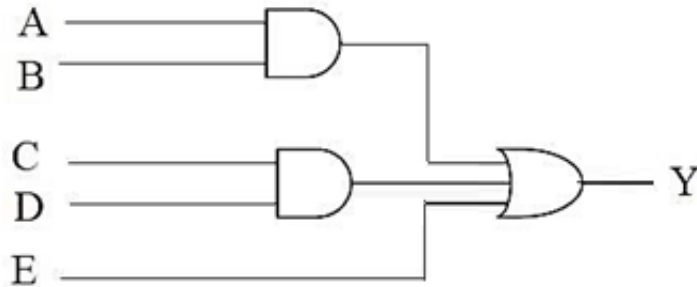
تجميع البوابات المنطقية

مثال : ارسم الدائرة المنطقية لتمثيل التعبير المنطقي $Y = A \cdot B + C \cdot D + E$

باستخدام منطق "و - أو" .

الحل :

باستخدام منطق "و - أو" .



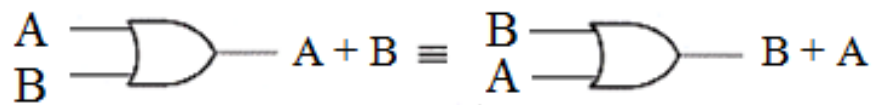
$$Y = A \cdot B + C \cdot D + E$$

Boolean Algebra

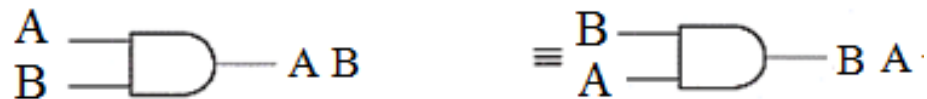
الجبر البوليني

1. Commutative Law قاعدة التبادل

a) $A + B = B + A$

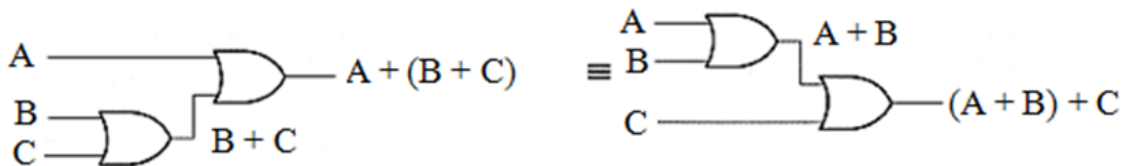


b) $A B = B A$

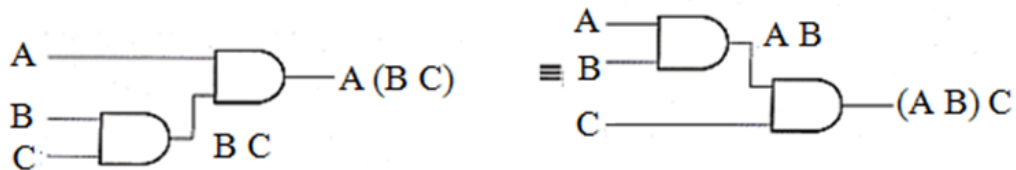


2. Associate Law قاعدة الترابط

a) $A + (B + C) = (A + B) + C$

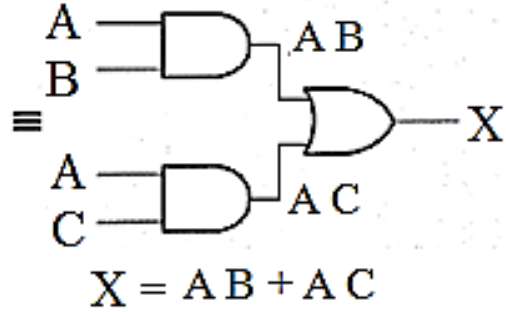
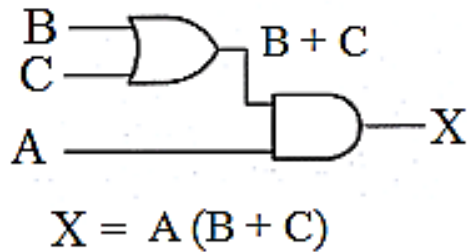


b) $A (B C) = (A B) C$



3. Distributive Law قاعدة التوزيع

a) $A(B + C) = AB + AC$



Rules of Boolean algebra قواعد بوليين الجبري

1) $A + 0 = A$

2) $A + 1 = 1$

3) $A \cdot 0 = 0$

4) $A \cdot 1 = A$

5) $A + A = A$

6) $A + \bar{A} = 1$

7) $A \cdot A = A$

8) $A \cdot \bar{A} = 0$

9) $\bar{\bar{A}} = A$

A	\bar{A}	A+0	A+1	A.0	A.1	A+A	A+ \bar{A}	A.A	A. \bar{A}	$\bar{\bar{A}}$
0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1

$$10) A + AB = A$$

A	B	AB	A+AB	A
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

$$11) A + \bar{A}B = A + B$$

A	B	\bar{A}	$\bar{A}B$	A+ $\bar{A}B$	A+B
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1

$$12) (A+B)(A+C) = A+BC$$

A	B	C	A+B	A+C	(A+B)(A+C)	BC	A+BC
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

A	B	\bar{A}	\bar{B}	A+B	A.B
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1

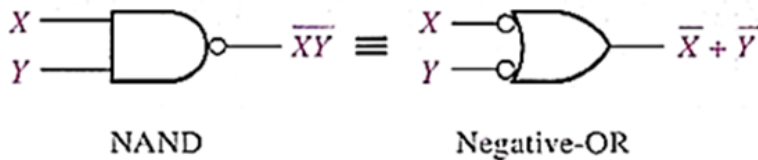
De Morgan's Theorems

De Morgan's first theorem is :

$$\overline{XY} = \overline{X} + \overline{Y}$$

De Morgan's second theorem is :

$$\overline{\overline{X} + \overline{Y}} = \overline{\overline{X}} \overline{\overline{Y}}$$



$$\overline{XY} = \overline{X} + \overline{Y}$$

X	Y	XY	\overline{XY}	\overline{X}	\overline{Y}	$\overline{X+Y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Example

Apply DeMorgan's theorems to the expressions

طبق نظريات ديمورغان على التعبيرات التالية

(a) $\overline{(A + B + C)D}$ (b) $\overline{ABC + DEF}$ (c) $\overline{\overline{AB} + \overline{CD} + EF}$

Solution (a) $\overline{(A + B + C)D} = \overline{A + B + C} + \overline{D}$

$$\overline{A + B + C} + \overline{D} = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{D}$$

(b) $\overline{ABC + DEF} = \overline{ABC}\overline{DEF}$

$$\overline{ABC}\overline{DEF} = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(\overline{D} + \overline{E} + \overline{F})$$

(c) $\overline{\overline{AB} + \overline{CD} + EF} = \overline{\overline{AB}}\overline{\overline{CD}}\overline{EF}$

$$\overline{\overline{AB}}\overline{\overline{CD}}\overline{EF} = (\overline{A} + B)(C + \overline{D})(\overline{E} + \overline{F})$$

Example

Apply DeMorgan's theorems to the expressions

طبق نظريات ديمورغان على التعبيرات التالية

(a) $\overline{\overline{A + B} + \overline{C}}$ (b) $\overline{(\overline{A} + B) + CD}$ (c) $\overline{(A + B)\overline{CD} + E + \overline{F}}$

Solution (a) $\overline{\overline{A + B} + \overline{C}} = \overline{\overline{A + B}}\overline{\overline{C}} = (A + B)C$

(b) $\overline{(\overline{A} + B) + CD} = \overline{\overline{A} + B}\overline{CD} = (\overline{\overline{A}}\overline{B})(\overline{C} + \overline{D}) = A\overline{B}(\overline{C} + \overline{D})$

(c) $\overline{(A + B)\overline{CD} + E + \overline{F}} = \overline{((A + B)\overline{CD})(E + \overline{F})} = \overline{\overline{A} + B} + C + D\overline{E}\overline{F}$

بسط التعابير التالية

$$AB + A(B + C) + B(B + C)$$

$$AB + AB + AC + BB + BC$$

$$AB + AB + AC + B + BC$$

$$AB + AC + B + BC$$

$$AB + AC + B$$

$$B + AC$$

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$A \cdot A = A$$

$$A + A = A$$

$$A + AB = A$$

$$[A\bar{B}(C + BD) + \bar{A}\bar{B}]C$$

$$(A\bar{B}C + A\bar{B}BD + \bar{A}\bar{B})C$$

$$(A\bar{B}C + A \cdot 0 \cdot D + \bar{A}\bar{B})C$$

$$(A\bar{B}C + 0 + \bar{A}\bar{B})C$$

$$(A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B})C$$

$$A\bar{B}CC + \bar{A}\bar{B}C$$

$$A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$\bar{B}C(A + \bar{A})$$

$$\bar{B}C \cdot 1$$

$$\bar{B}C$$

distributive law

$$(\bar{B}B = 0)$$

$$(A \cdot 0 \cdot D = 0)$$

distributive law.

$$(CC = C)$$

$$(A + \bar{A} = 1)$$

$$\bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

$$\bar{A}BC + ABC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$BC(\bar{A} + A) + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} \quad (\bar{A} + A = 1)$$

$$BC \cdot 1 + A\bar{B}(\bar{C} + C) + \bar{A}\bar{B}\bar{C} \quad (\bar{C} + C = 1)$$

$$BC + A\bar{B} \cdot 1 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$BC + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$BC + \bar{B}(A + \bar{A}\bar{C}) \quad (A + \bar{A}\bar{C} = A + \bar{C})$$

$$BC + \bar{B}(A + \bar{C})$$

$$BC + A\bar{B} + \bar{B}\bar{C}$$

$$\overline{AB + AC} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

DeMorgan's theorem

$$(\overline{AB})(\overline{AC}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$(\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + \bar{C}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

distributive law

$$\bar{A}\bar{A} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$(\bar{A}\bar{A} = \bar{A})$$

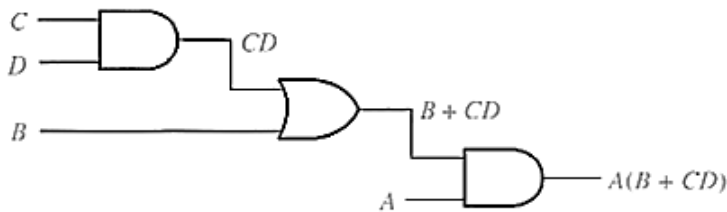
$$[\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A}\bar{B}(1 + C) = \bar{A}\bar{B}]$$

$$\bar{A} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C}$$

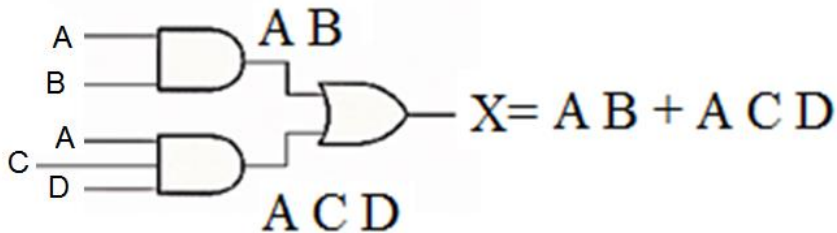
$$\begin{aligned}
& A'B(D' + C'D) + B(A + A'CD) \\
&= A'B(D' + C'D) + B(A + A'CD) \\
&= B(A'D' + A'C'D + A + A'CD) \\
&= B(A'D' + A + A'D(C + C')) \\
&= B(A + A'(D' + D)) \\
&= B(A + A') \\
&= B
\end{aligned}$$

ارسم الدائرة المنطقية التي تكافئ التعبير المنطقي التالي

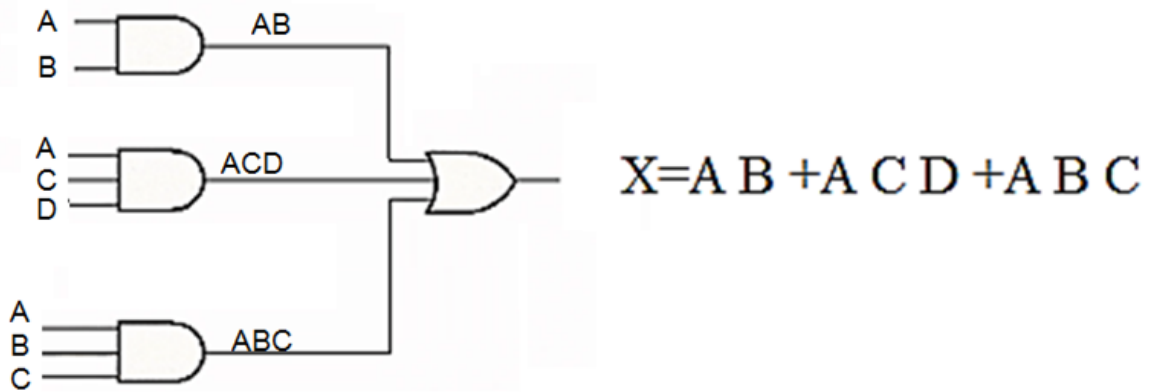
$$A(B + CD)$$



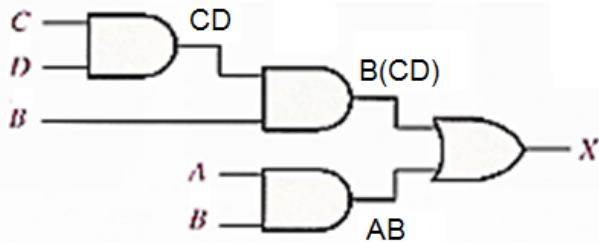
$$X = AB + ACD$$



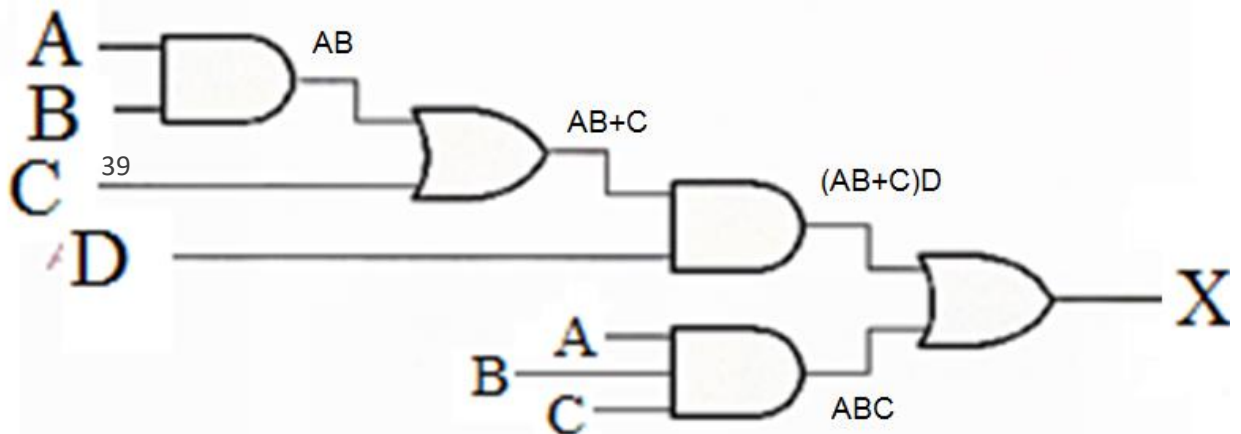
$$X = AB + ACD + ABC$$

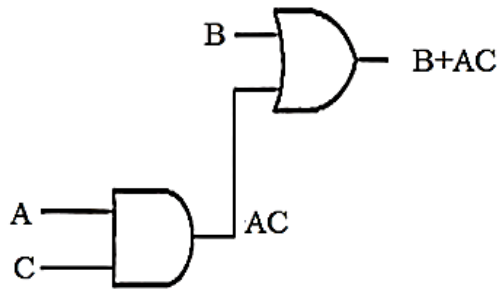
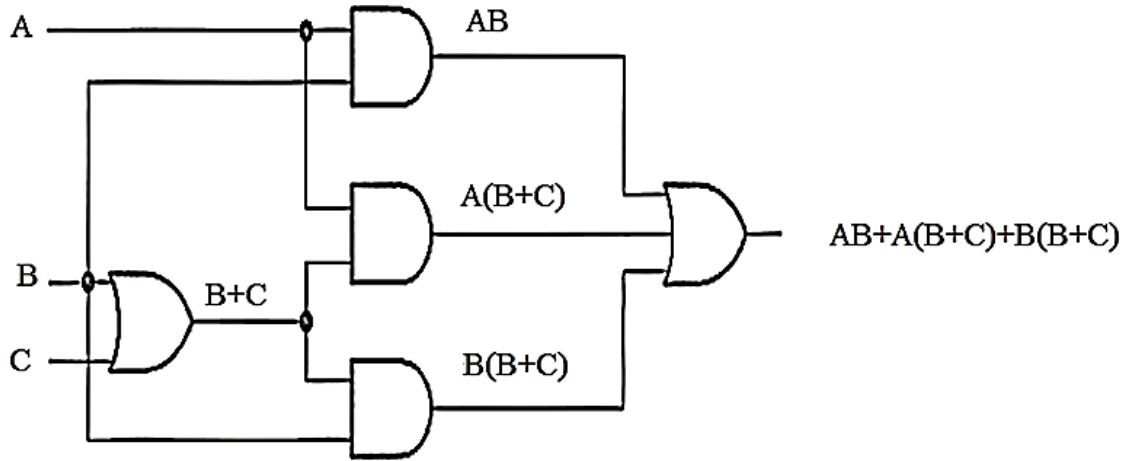


$$X = ((CD)B) + (AB)$$



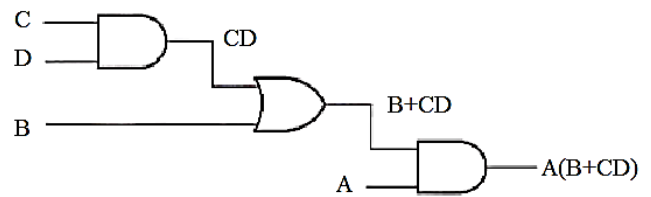
$$X = (((AB) + C)D) + (ABC)$$

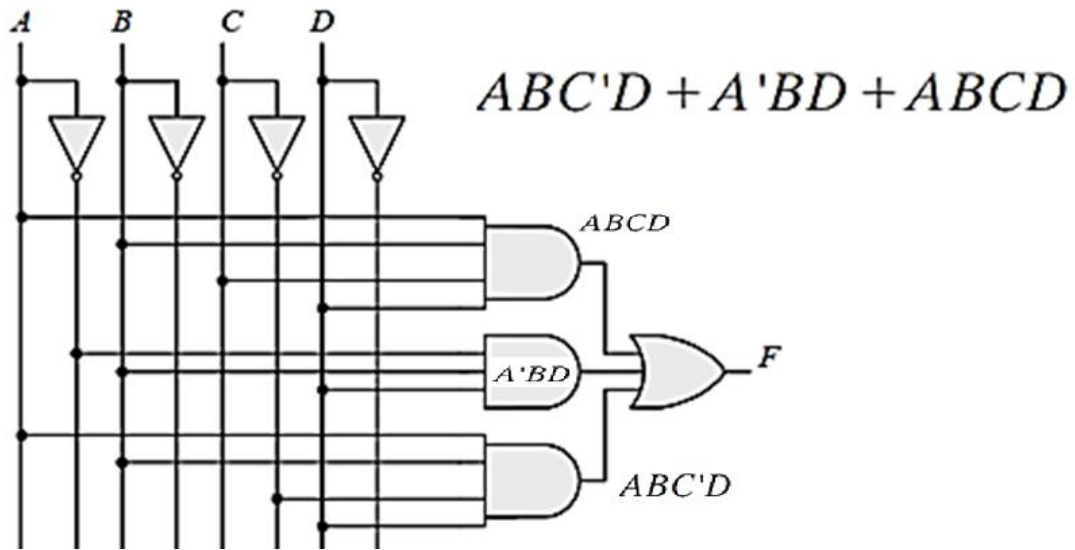




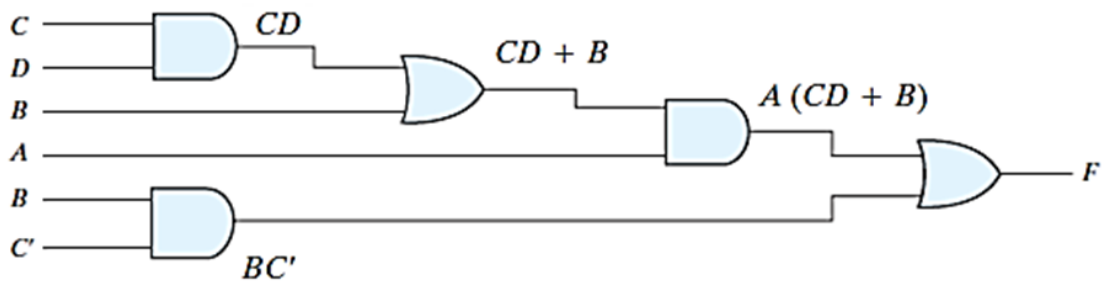
A	B	C	D	CD	B+CD	A(B+CD)
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

اكتب جدول الحقيقة للدائرة التالية

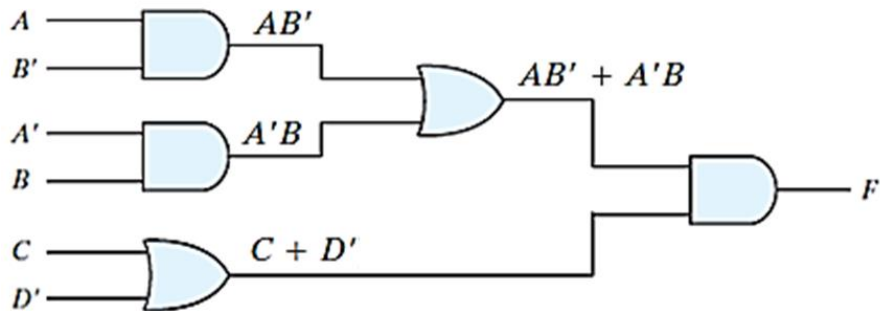


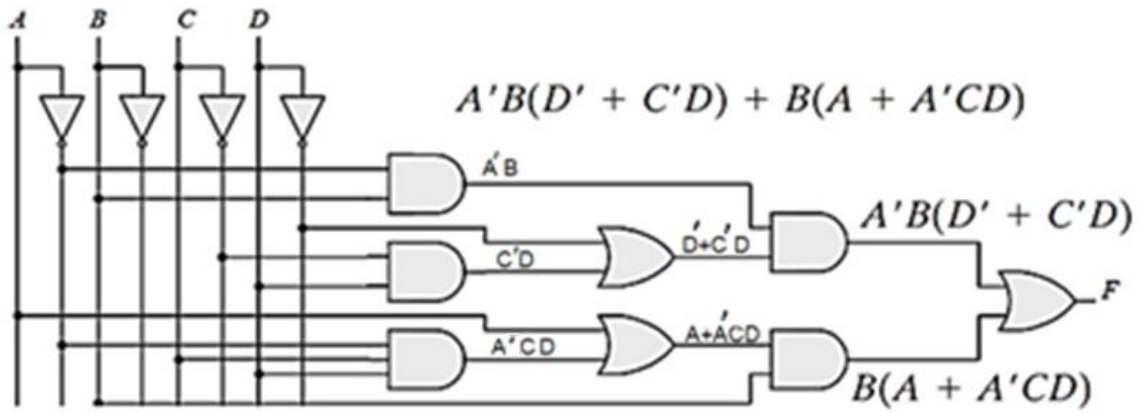


$$F = A(CD + B) + BC'$$



$$F = (AB' + A'B)(C + D')$$





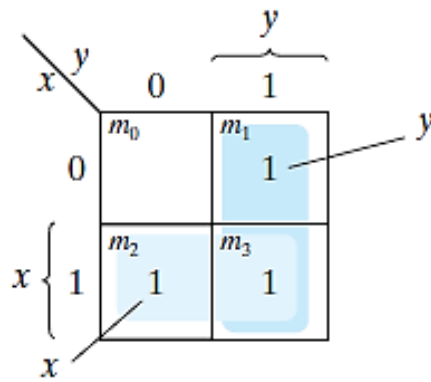
تبسيط الدوائر المنطقية باستخدام خريطة كارنوف

مثال بسط التعابير التالية باستخدام خريطة كارنوف

$$m_1 + m_2 + m_3 = x'y + xy' + xy = x + y$$

m_0	m_1
m_2	m_3

	y	$\overbrace{0 \quad 1}^y$
x	0	$\begin{matrix} m_0 \\ x'y' \end{matrix}$ $\begin{matrix} m_1 \\ x'y \end{matrix}$
x	1	$\begin{matrix} m_2 \\ xy' \end{matrix}$ $\begin{matrix} m_3 \\ xy \end{matrix}$



(b) $x + y$

$$F(x, y, z) = \Sigma(2, 3, 4, 5)$$

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6

		y			
		00	01	11	10
x	0	m_0 $x'y'z'$	m_1 $x'y'z$	m_3 $x'yz$	m_2 $x'yz'$
	1	m_4 $xy'z'$	m_5 $xy'z$	m_7 xyz	m_6 xyz'

		y			
		00	01	11	10
x	0	m_0	m_1	m_3 1	m_2 1
	1	m_4 1	m_5 1	m_7	m_6

$$F(x, y, z) = \Sigma(2, 3, 4, 5) = x'y + xy'$$

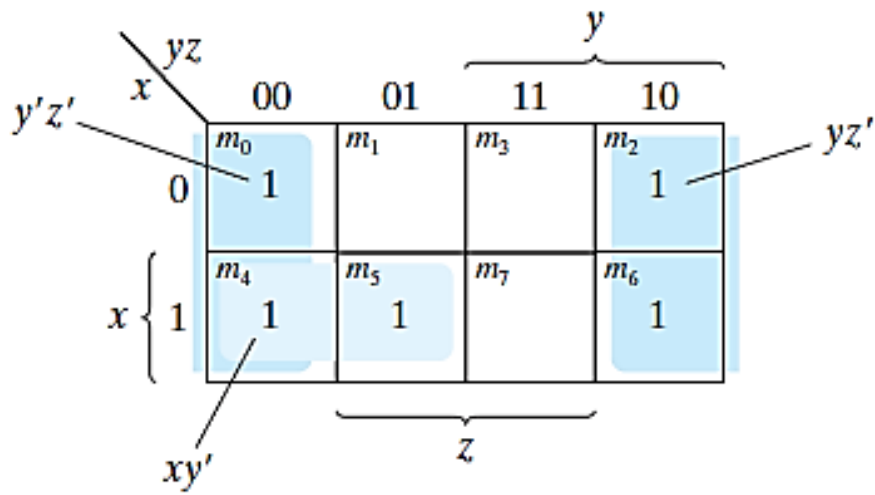
$$F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7)$$

		y			
		00	01	11	10
x	0	m_0	m_1	m_3 1	m_2
	1	m_4 1	m_5	m_7 1	m_6 1

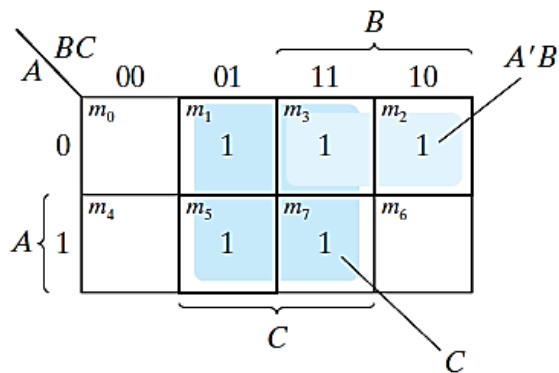
$$F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7) = yz + xz'$$

Note: $xy'z' + xyz' = xz'$

$$F = z' + xy'$$

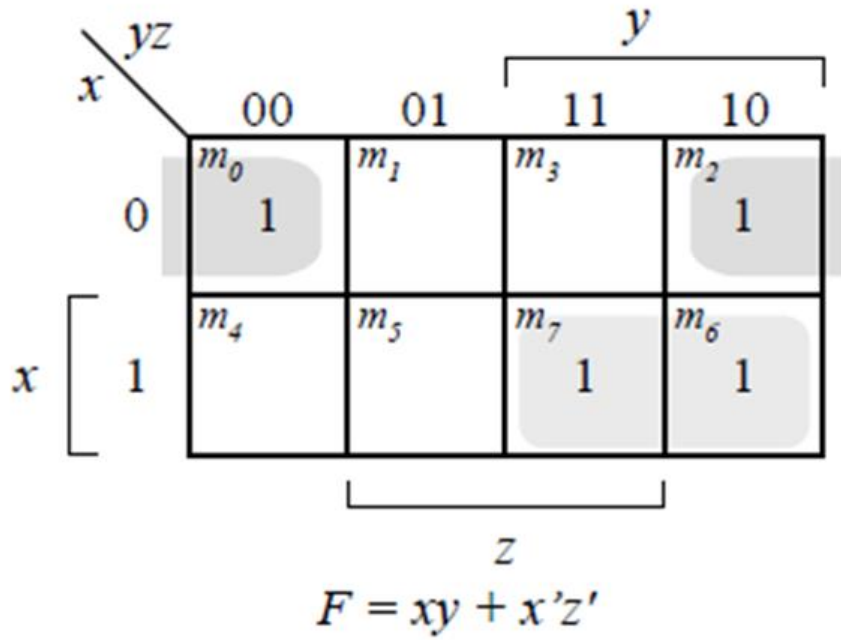


$$F(A, B, C) = \Sigma(1, 2, 3, 5, 7)$$

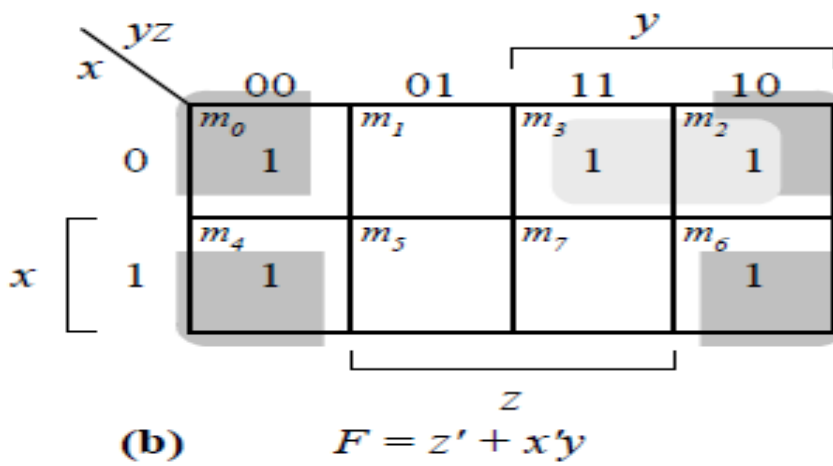


$$F = C + A'B$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 6, 7)$$



$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 3, 4, 6)$$



$$(c) F(x, y, z) = \Sigma(0, 1, 2, 3, 7)$$

		y			
		00	01	11	10
x	0	m_0 1	m_1 1	m_3 1	m_2 1
	1	m_4	m_5	m_7 1	m_6
		z			

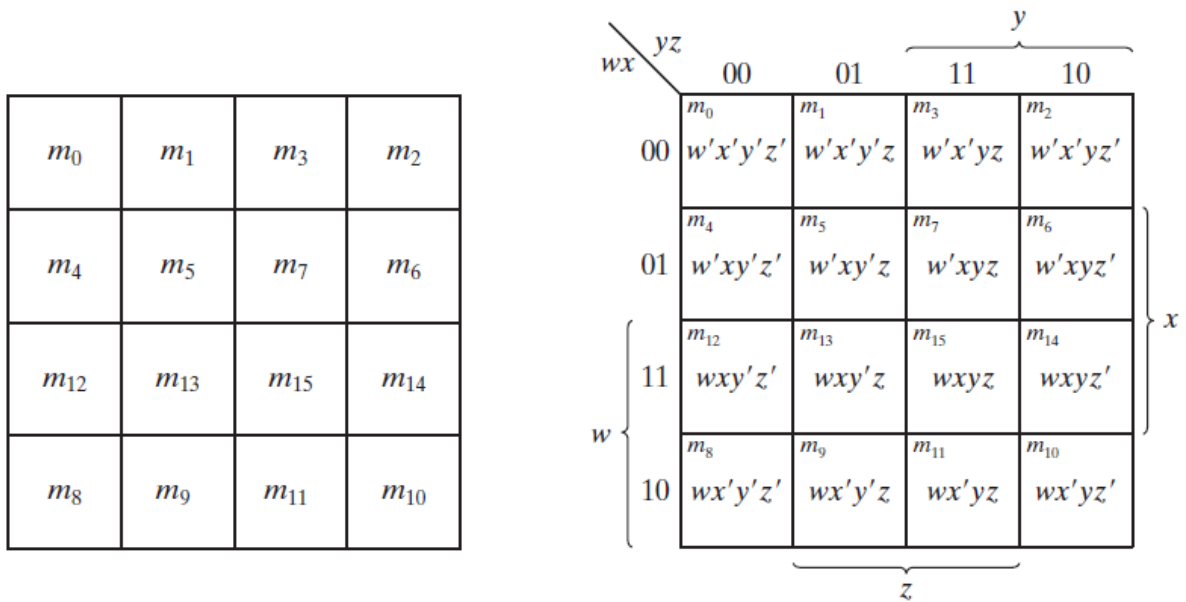
$$(c) F = x' + yz$$

$$(d) F(x, y, z) = \Sigma(3, 5, 6, 7)$$

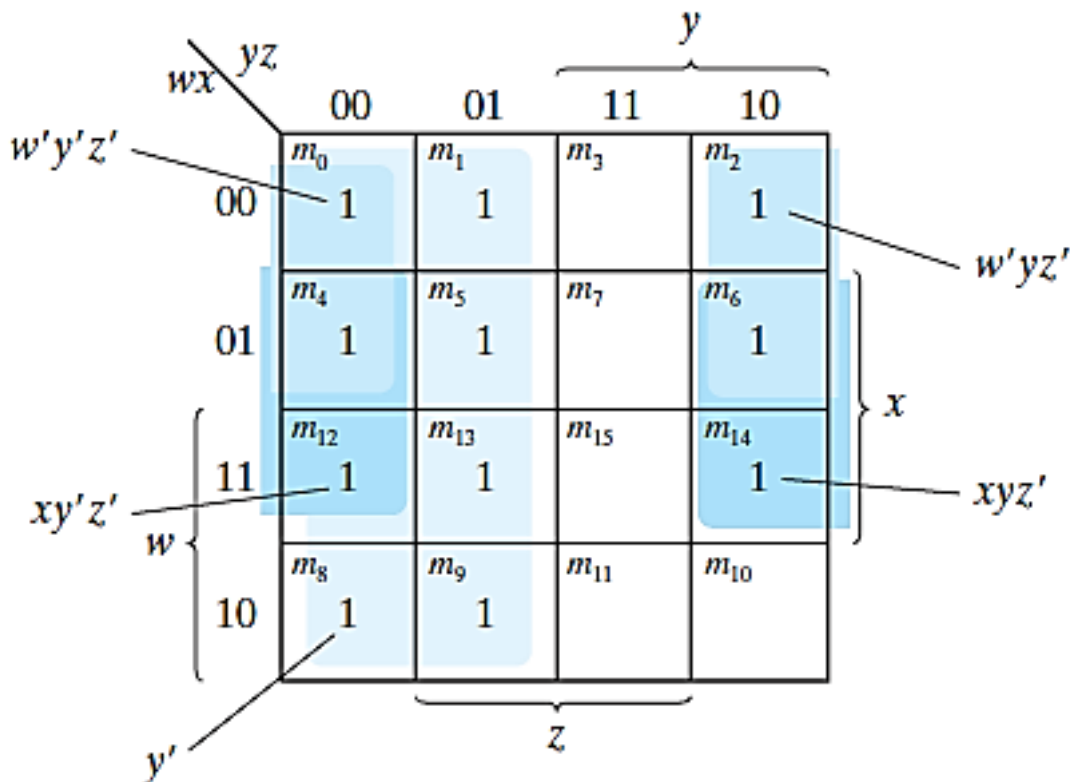
		y			
		00	01	11	10
x	0	m_0	m_1	m_3 1	m_2
	1	m_4	m_5 1	m_7 1	m_6 1
		z			

$$(d) F = xy + xz + yz$$

خريطة كارنوف لأربع متغيرات



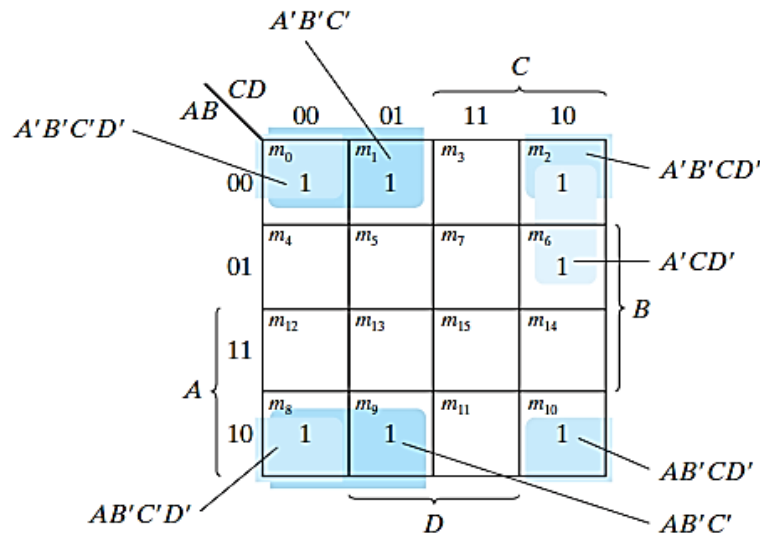
$$F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$$



Note: $w'y'z' + w'yz' = w'z'$
 $xy'z' + xyz' = xz'$

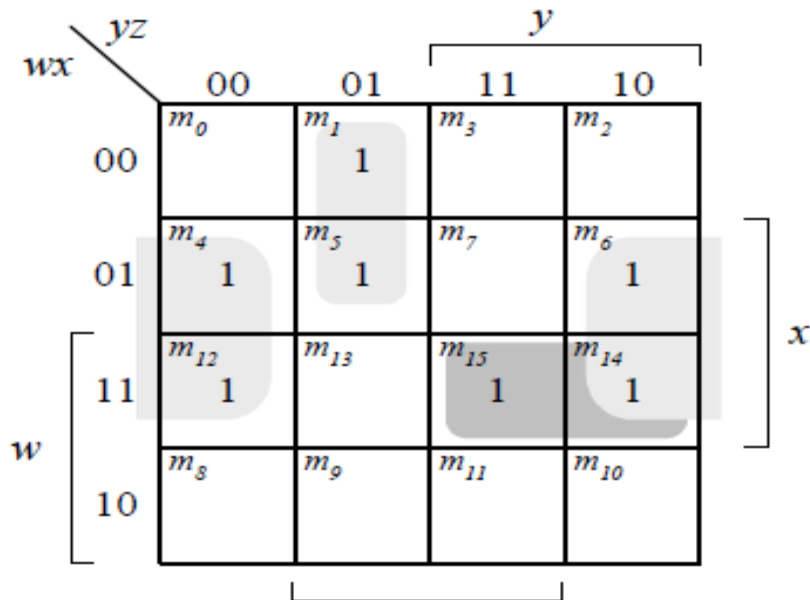
$$F = y' + w'z' + xz'$$

$$F(A,B,C,D) = B'D' + B'C' + A'CD'$$



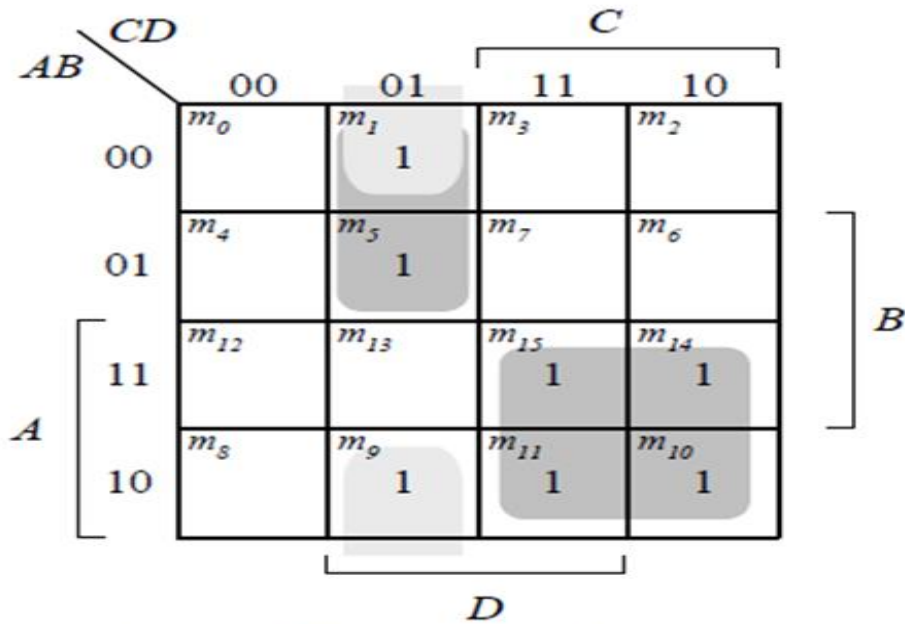
Note: $A'B'C'D' + A'B'CD' = A'B'D'$
 $AB'C'D' + AB'CD' = AB'D'$
 $A'B'D' + AB'D' = B'D'$
 $A'B'C' + AB'C' = B'C'$

(a) $F(w, x, y, z) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 12, 14, 15)$



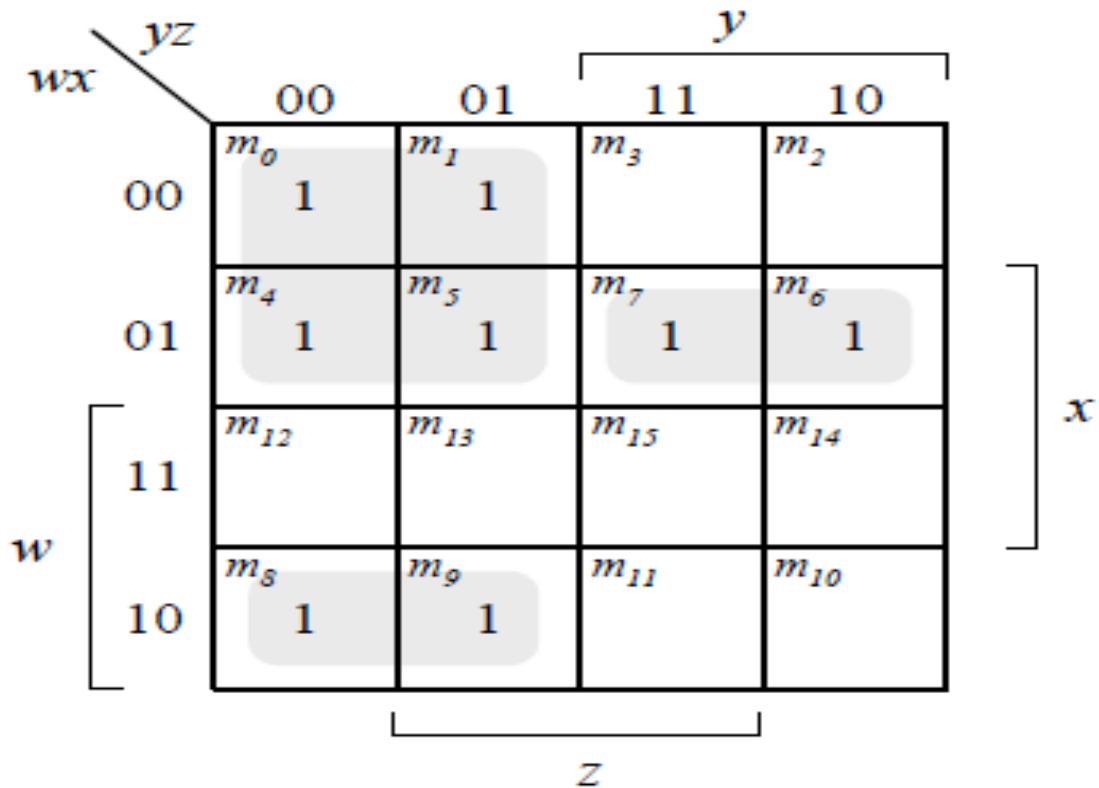
(a) $F = xz' + w'y'z + wxy$

(b) $F(A, B, C, D) = \Sigma(1, 5, 9, 10, 11, 14, 15)$



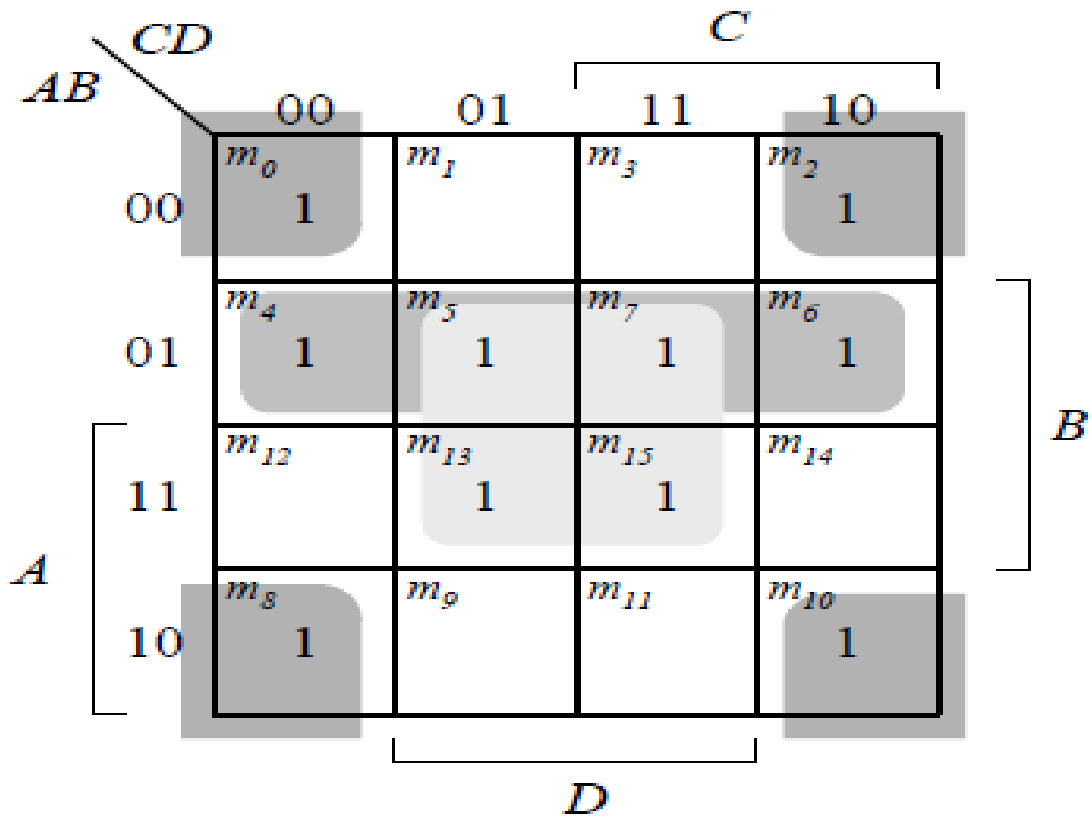
(b) $F = AC + A'CD + B'CD$

(c) $F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$



(c) $F = w'y' + wx'y' + w'xy$

(d)* $F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15)$

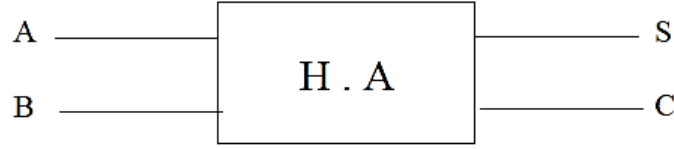


(d) $F = BD + A'B + B'D'$

الحساب الثنائي

الجامع النصفى "H . A" Half Adder

الرمز



من الرمز يتضح أن الجامع النصفى له مدخلات ومخرجات ويتم الجمع بين رقمين هما A و B وناتج الجمع يكون على الخرج S من كلمة SUM "المجموع" والباقي على الخرج C من كلمة Carry وبالتالي يكون جدول الحقيقة "الصواب" كما يلي :

المدخلات		المخرجات	
A	B	المجموع S	المرحل C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

جدول الحقيقة للجامع النصفى H.A

من جدول الحقيقة تكون معادلة المجموع

$$S = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$S = A \oplus B$$

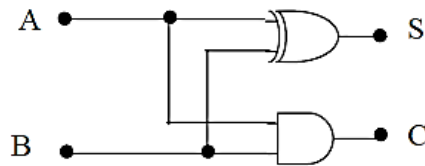
ومعادلة المرحل Carry :

$$C = AB$$

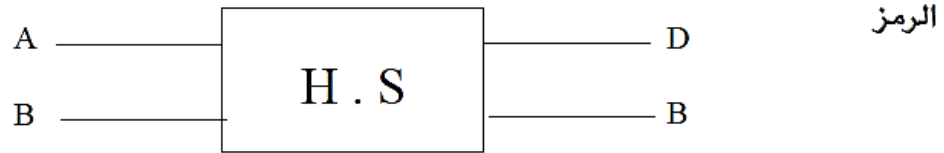
وهذه المعادلة تحققها بوابة "و" AND

وبذلك يمكن تحقيق دائرة الجامع النصفى باستخدام بوابة XOR + بوابة AND كما بالشكل

التالي :



الطرح النصفى "H.S" Half Subtract



من الرمز فإن الطرح النصفى يجري الطرح بين خانتين ثنائيتين وتسمى عملية الطرح الناتجة في الخانة D من كلمة "الفرق" Difference أما عملية الاستعارة فتوضح قيمة العدد الناتج في خانة B من كلمة Borrow "المستعار" ولقد صممت دائرة الطرح النصفى من خلال جدول الحقيقة المترجم أو المبين لعمليات الطرح الثنائية لعددتين اثنين فقط كما يلي :

المدخلات		المخرجات	
المطروح منه A	المطروح B	الفرق D	الاستعارة B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

جدول الحقيقة للطرح النصفى

معادلة الفرق D

$$D = \overline{A}B + A\overline{B} = A \oplus B$$

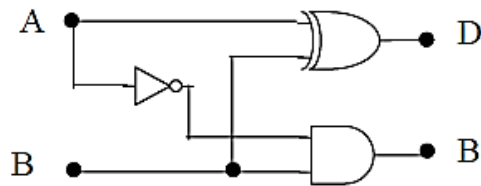
ويمثل بالبوابة XOR

ومعادلة B :

$$B = \overline{A} \cdot B$$

ويمثل بالبوابة AND مع عاكس

وتكون الدائرة المنطقية للطرح النصفى كما يلي :



دائرة الطرح النصفى

المقارن الرقمي Digital Comparator

هو أحد الدوائر التوافقية التي تقوم بالمقارنة بين كلمتين " عددين " ثنائيين من حيث حالة أكبر من أو

أصغر من أو حالة التساوي للعددين ($A > B$, $A < B$, $A = B$)

ويكون رمز المقارنة الرقمي كما بالشكل التالي :



جدول الحقيقة للمقارنة الرقمي

A	B	X A=B	Y A<B	Z A>B
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	0	1
1	1	1	0	0

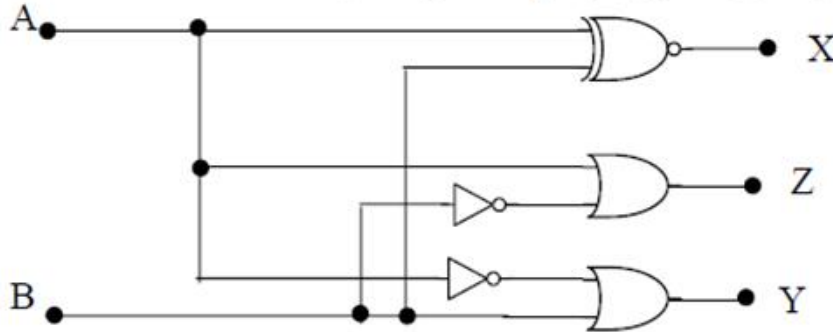
من الجدول نستخرج المعادلات التالية :

$$X = \bar{A} \bar{B} + AB = A \odot B$$

$$Y = \bar{A} B$$

$$Z = A \bar{B}$$

ومن المعادلات السابقة يمكن تمثيل المقارن الرقمي بالدائرة التالية :



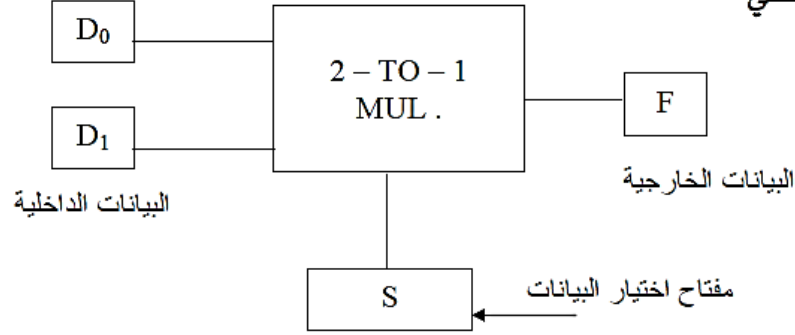
دائرة المقارن الرقمي

منتقى البيانات Multiplexes

هو أحد الدوائر المنطقية التوافقية ويكون في شكل دائرة متكاملة IC ويتكون من عدة بوابات منطقية (AND , OR , NOT) ، ويمكن اعتبار منتقى البيانات هو العنصر الإلكتروني المناظر للمفتاح الميكانيكي الدوار . وكذلك هو دائرة منطقية تختار المعلومات من خطوط المداخل ويكون عدد مداخلها اثنين أو أكثر ولها مخرج واحد ومفاتيح تحكم .

منتقى بيانات واحد من اثنين 2 - TO - 1 Multiplexes

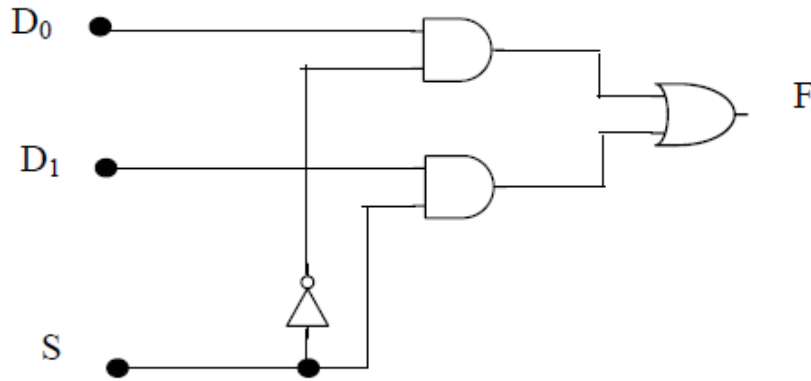
الرمز المنطقي



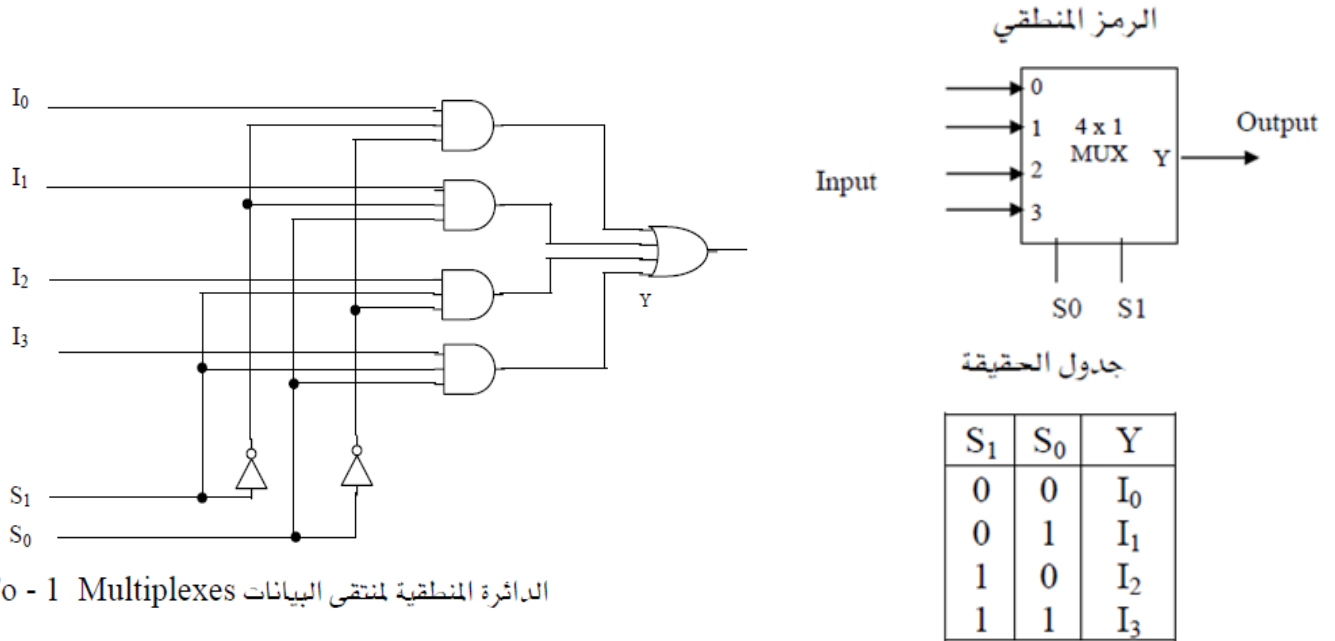
جدول الحقيقة

S	F
0	D ₀
1	D ₁

الدائرة المنطقية لمنتقى البيانات واحد من اثنين



4 - To - 1 Multiplexes منتقى البيانات واحد من أربعة

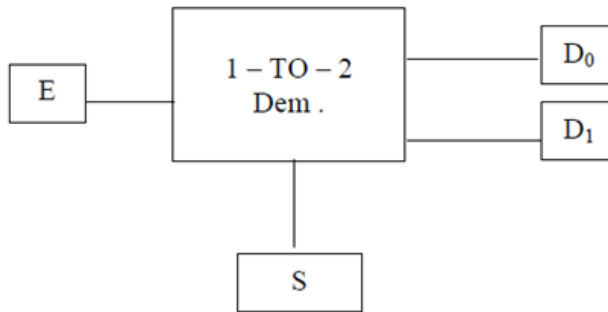


موزع البيانات Demultiplexes

تعريف موزع البيانات هو دائرة منطقية لها مدخل واحد يحمل بيانات وعدة مخرج يتم نقل البيانات إليها .

1 - TO - 2 Demultiplexes موزع بيانات واحد إلى اثنين

الرمز :

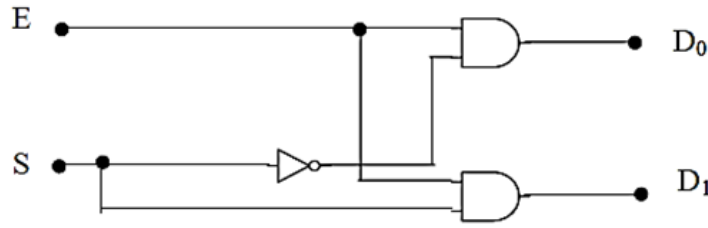


جدول الحقيقة :

S	D ₀	D ₁
0	E	0
1	0	E

من جدول الحقيقة فإنه عندما تكون إشارة التحكم S في حالة Logic 0 فإن الإشارة تنتقل إلى الخرج D_0 . أما عندما تكون إشارة التحكم في حالة Logic 1 فإن الإشارة تنتقل إلى الخرج D_1 .

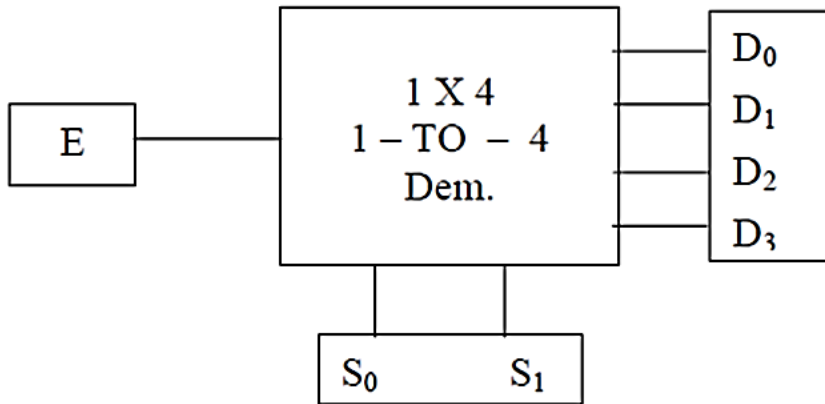
الدائرة المنطقية



الدائرة المنطقية لموزع البيانات واحد إلى اثنين 1 - TO - 2 Demultiplexes

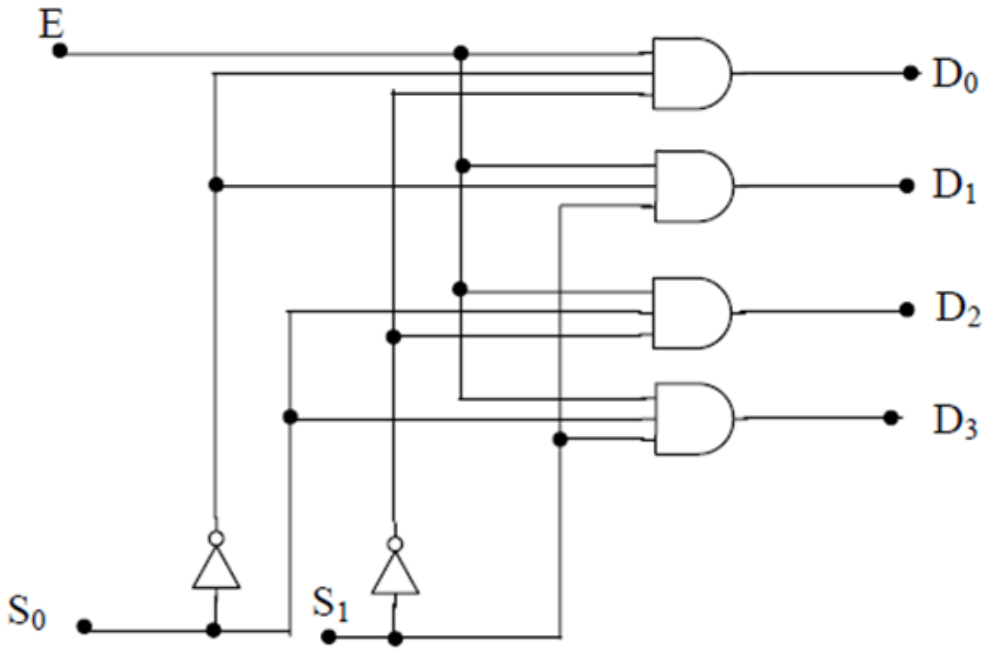
موزع بيانات واحد إلى أربعة 1 - TO - 4

الرمز



جدول الحقيقة :

S_0	S_1	D_0	D_1	D_2	D_3
0	0	E	0	0	0
0	1	0	E	0	0
1	0	0	0	E	0
1	1	0	0	0	E



1 - TO - 4 Demultiplexes الدائرة المنطقية لموزع البيانات واحد إلى أربعة